

T.  
(043)620  
2020  
Sn 19

# **TESIS CARRERA DE DOCTORADO EN INGENIERÍA**

## **EFECTOS NO LINEALES EN GUÍAS DE ONDA EN LA REGIÓN DEL INFRARROJO MEDIO**

**Alfredo Daniel Sánchez**  
**Doctorando**

**Dr. Diego Fernando Grosz**  
Director

**Dr. Pablo Ignacio Fierens**  
Codirector

### **Miembros del Jurado**

Dr. A. E. Bruchhausen (Instituto Balseiro)  
Dra. M. G. Capeluto (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA)  
Dr. O. E. Martínez (Facultad de Ingeniería, UBA)

29 de junio de 2020

Departamento de Ingeniería en Telecomunicaciones – Centro Atómico  
Bariloche

Instituto Balseiro  
Universidad Nacional de Cuyo  
Comisión Nacional de Energía Atómica  
Argentina

INVENTARIO: 24173

11.08.21

Biblioteca Leo Falicov

Al sistema científico argentino,  
por financiar esta investigación.



# Índice de símbolos y abreviaturas

$E(t), \tilde{E}(\Omega)$	Campo eléctrico en el tiempo y en la frecuencia
$A(t), \tilde{A}(\Omega)$	Envolvente del campo eléctrico en el tiempo y en la frecuencia
$P(t), \tilde{P}(\Omega)$	Polarización eléctrica en el tiempo y en la frecuencia
$\chi^{(1)}$	Susceptibilidad eléctrica de primer orden
$\chi^{(2)}$	Susceptibilidad eléctrica de segundo orden
$\chi^{(3)}$	Susceptibilidad eléctrica de tercer orden
$\varepsilon$	Constante dieléctrica
$n_0$	Índice de refracción lineal
$n_2$	Índice de refracción no lineal
$P_0$	Potencia de bombeo
$I$	Intensidad del campo eléctrico
$\varepsilon_{\text{eff}}$	Función dieléctrica efectiva
$\chi_{\text{eff}}^{(3)}$	Susceptibilidad eléctrica efectiva de tercer orden
$\gamma_{\text{eff}}$	Parámetro no lineal efectivo
$n_{2,\text{eff}}$	Índice de refracción no lineal efectivo
$A_{\text{eff}}$	Área efectiva de la guía de onda
$\Delta k$	Factor de mismatch
$\beta_k$	Parámetros de dispersión
$\gamma$	Parámetro no lineal
$f_R$	Contribución fraccional de Raman
$R(t), \tilde{R}(\Omega)$	Respuesta Raman en el tiempo y en la frecuencia
$\Omega_{\text{MI}}$	Frecuencia de inestabilidad modulacional
$\Omega_{\text{C}}$	Frecuencia de corte

$\Omega_S$	Frecuencia Stokes
$\Omega_{AS}$	Frecuencia anti-Stokes
$g_R$	Ganancia Raman
$g_{MI}$	Ganancia de inestabilidad modulacional
$P_{co}$	Potencia de corte
$L_p$	Factor de depolarización
$L_D$	Longitud de dispersión
$L_{NL}$	Longitud no lineal
$L_{MI}$	Longitud de inestabilidad modulacional
DFG	Difference frequency generation
FWM	Four-wave mixing
GNLSE	Generalized nonlinear Schrödinger equation
KKR	Kramers-Kronig relations
MI	Modulation instability
NLSE	Nonlinear Schrödinger equation
ONL	Óptica no lineal
RdR	Región dominada por Raman
SC	Supercontinuo
SFG	Sum frequency generation
SHG	Second-harmonic generation
SPM	Self-phase modulation
SRS	Stimulated Raman scattering
SSFM	Split-step Fourier method
THG	Third-harmonic generation
XPM	Cross-phase modulation

# Índice de contenidos

Índice de símbolos y abreviaturas	v
Índice de contenidos	vii
Índice de figuras	xi
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Óptica no lineal . . . . .	1
1.2. Región del <i>mid IR</i> . . . . .	3
1.2.1. Fuentes de luz y guías de onda en el <i>mid IR</i> . . . . .	4
1.3. Amplificadores Raman . . . . .	6
1.4. Propagación de luz en guías de onda . . . . .	8
1.5. Motivación y organizacion de la tesis . . . . .	9
<b>2. Óptica en medios no lineales</b>	<b>13</b>
2.1. Electromagnetismo en medios no lineales . . . . .	13
2.2. Medios no lineales: susceptibilidad y polarización eléctricas . . . . .	14
2.3. Procesos no lineales de tercer orden . . . . .	17
2.4. Condición de <i>phase matching</i> . . . . .	18
2.5. Dependencia de $n$ con la intensidad: efecto Kerr óptico . . . . .	19
2.6. <i>Scattering</i> de Raman . . . . .	22
2.6.1. <i>Scattering</i> de Raman espontáneo . . . . .	23
2.6.2. <i>Scattering</i> de Raman estimulado . . . . .	25
2.7. Ecuación no lineal de Schrödinger generalizada (GNLSE) . . . . .	29
2.7.1. Descripción de la GNLSE . . . . .	30
2.7.2. Dispersión cromática . . . . .	32
2.7.3. Automodulación de fase y modulación de fase cruzada . . . . .	33
2.7.4. <i>Self-steepening</i> . . . . .	36
2.8. Inestabilidad modulacional (MI) . . . . .	37
2.8.1. Ganancia de MI . . . . .	38

<b>3. Ganancia de MI en el infrarrojo medio</b>	<b>41</b>
3.1. Introducción . . . . .	41
3.2. Modelo completo para la $g_{MI}$ . . . . .	42
3.3. Ganancia sintonizable . . . . .	44
<b>4. Estimación de la contribución fraccional de Raman</b>	<b>49</b>
4.1. Introducción . . . . .	49
4.2. Motivación para la estimación de $f_R$ . . . . .	50
4.3. Respuesta Raman de un vidrio calcogenuro . . . . .	51
4.4. Ganancia de MI asintótica . . . . .	52
4.4.1. Relación de $f_R$ con $\Omega_{MI}$ y estimación de $f_R$ . . . . .	54
<b>5. Ganancia Raman en la banda anti-Stokes habilitada por MI</b>	<b>59</b>
5.1. Introducción . . . . .	59
5.2. MI vista como un proceso de FWM . . . . .	60
5.3. Conservación de fotones . . . . .	63
5.3.1. Régimen de dispersión normal con Raman . . . . .	65
5.3.2. Régimen de dispersión anómala en la RdR . . . . .	66
5.4. Consideraciones sobre el parámetro no lineal . . . . .	67
<b>6. Conclusiones</b>	<b>71</b>
6.1. Perspectivas y propuestas futuras . . . . .	73
<b>Apéndice</b>	<b>75</b>
<b>A. Simulaciones numéricas</b>	<b>75</b>
A.1. Algoritmo <i>split-step Fourier method</i> . . . . .	75
A.1.1. Implementación del RK4IP . . . . .	77
A.2. Aceleración numérica usando GPU . . . . .	77
<b>B. Relaciones de Kramers-Kronig</b>	<b>81</b>
<b>C. Cálculo de la ganancia de MI asintótica</b>	<b>83</b>
<b>D. Cálculo de los momentos en un proceso de FWM degenerado</b>	<b>85</b>
<b>E. Cálculo del parámetro no lineal en una guía de ondas dopada con nanopartículas metálicas</b>	<b>87</b>
<b>Publicaciones asociadas</b>	<b>103</b>



<b>Conferencias</b>	<b>105</b>
---------------------	------------

<b>Agradecimientos</b>	<b>107</b>
------------------------	------------



# Índice de figuras

1.1. Atenuación en función de la longitud de onda para una fibra estándar de sílice.	3
1.2. Fuentes de luz en el mid IR.	4
1.3. Primer experimento de supercontinuo mediante el uso de una fibra de cristal fotónico.	5
1.4. Región de transparencia de diferentes guías de onda en el mid IR.	6
1.5. Relación entre $n_0$ y $n_2$ para distintos materiales.	7
1.6. Respuesta Raman de una fibra estándar de $\text{SiO}_2$ y su aprovechamiento en un esquema de amplificación Raman en un sistema de comunicación óptica	8
1.7. Amplificación distribuida.	8
1.8. Esquema de peines de frecuencia basados en chips fotónicos.	10
2.1. Dos procesos posibles de mezclado de cuatro ondas.	18
2.2. Condición de phase matching para un proceso de FWM.	19
2.3. Algunos efectos no lineales derivados del efecto Kerr óptico.	22
2.4. Representación esquemática del scattering de Raman.	23
2.5. Diagrama de energías para un proceso de Raman.	23
2.6. SRS visto como un proceso clásico.	27
2.7. Partes real e imaginaria de la susceptibilidad eléctrica de tercer orden de Raman.	29
2.8. Efecto de la dispersión cromática del índice de refracción.	33
2.9. Efecto del SPM sobre la evolución del espectro de un pulso gaussiano.	35
2.10. Self-steepening. Evolución en el dominio del tiempo y de la frecuencia para un pulso gaussiano.	36
2.11. Perfil de ganancia de MI.	39
2.12. Inestabilidad modulacional. Evolución de un campo compuesto por láser de bombeo continuo y ruido.	39
3.1. $g_{\text{MI}}$ como función de $\Omega$ y $p$ para $f_R = 0$ (izquierda) y $f_R = 0,031$ (derecha).	44
3.2. Perfil de ganancia de MI como función de la frecuencia, para diferentes valores de $p$ , en la región dominada por Raman.	45

3.3. Propagación de un pump con ruido blanco a través de una guía de onda donde solo hay ganancia Raman. . . . .	46
3.4. Evolución del espectro para tres potencias de pump diferentes en la RdR. . .	46
3.5. Dependencia del corrimiento del pico de $g_{MI}$ respecto del de $g_R$ en función de la potencia normalizada $p$ . . . . .	47
3.6. Dependencia del corrimiento del pico de $g_{MI}$ respecto del de $g_R$ en función de la potencia normalizada $p$ , para distintos valores de $f_R$ . . . . .	47
4.1. Medición de la respuesta Raman de un vidrio calcogenuro. . . . .	52
4.2. Dependencia del pico de $g_{MI}$ como función de $p$ , para diversos valores de $f_R$ . .	53
4.3. $g_{MI}^\infty$ normalizada para diferentes valores de $f_R$ . . . . .	54
4.4. Dependencia de $f_R$ con $\Omega_{MI}$ . . . . .	55
4.5. Propagación de un campo compuesto por un pump intenso y ruido blanco. .	56
4.6. Comparación entre las simulaciones y el modelo teórico para la estimación de $f_R$ . . . . .	56
5.1. Inestabilidad modulacional vista como un proceso de FWM. . . . .	60
5.2. Relación entre MI y FWM. . . . .	62
5.3. Evolución del número de fotones para las frecuencias Stokes y anti-Stokes en régimen anómalo sin self-steepening. . . . .	63
5.4. Evolución del número de fotones para las frecuencias Stokes y anti-Stokes en régimen anómalo con self-steepening. . . . .	65
5.6. Propagación de dos semillas cuyas frecuencias se ubican en la banda Stokes y anti-Stokes en régimen normal. . . . .	65
5.5. Perfil de $g_{MI}$ en función de la potencia. . . . .	66
5.7. Régimen de dispersión anómala con $p = 1,1$ , $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$ y SRS. . . . .	67
5.8. Crecimiento del ruido en las bandas Stokes y anti-Stokes en la RdR para $p = 3$ y para diferentes distancias propagadas. . . . .	67
A.1. Esquematización del SSFM y la discretización de la guía de onda. . . . .	76
A.2. Suma de dos vectores en una GPU. . . . .	78
A.3. Comparación entre el cálculo de la suma de dos vectores secuencial y paralela. .	79
A.4. Comparación entre el cálculo de la FFT secuencial y paralela. . . . .	80
B.1. Contorno de integración para la resolución de una integral con una singularidad en $z = a$ . . . . .	82
C.1. Comparación entre la $g_{MI}$ y $g_{MI}^\infty$ para $p = 10$ y $f_R = 0,10$ . . . . .	84
E.1. Guía de onda propuesta. . . . .	88

---

E.2. Partes real e imaginaria de $\epsilon_{\text{eff}}$ . . . . .	89
E.3. $\gamma_{\text{eff}}$ calculado para las dos LSPRs. . . . .	90



# Resumen

Esta tesis aborda la interrelación de un conjunto de fenómenos en el marco de la óptica no lineal que ocurren cuando un campo intenso, típicamente producido por una fuente láser, se propaga en una guía de onda. Este tipo de fenómenos se caracteriza por la generación de nuevas frecuencias a partir de una o más fuentes de luz y un medio no lineal. Se pone especial énfasis en la región del infrarrojo medio, que encuentra aplicaciones en termografía, fotografía infrarroja, meteorología, comunicaciones, espectroscopía infrarroja o en la generación de nuevas frecuencias en todo el espectro, como es el caso de la generación de supercontinuo o la implementación de peines de frecuencia. El análisis de tales procesos está centrado en la interacción de los fenómenos lineales y no lineales como la dispersión cromática, el efecto Kerr, el *scattering* estimulado de Raman (SRS), y los efectos de *self-steepening* y de inestabilidad modulacional (MI). Los resultados de la tesis se obtuvieron con un análisis de estos fenómenos en el marco de un modelo completo de MI. En este contexto, se hace hincapié en la denominada ganancia de MI, cuyas características dependen del medio, como así también de los efectos que se consideren. La inclusión del *self-steepening* y la del SRS presenta un fructífero escenario en el que se exploran las consecuencias de su interrelación. Cuando el efecto del *self-steepening* se incluye en el análisis, existe un valor de potencia de bombeo para el cual la ganancia de MI desaparece. Sin embargo, la presencia del SRS permite que exista ganancia aún para potencias mayores a dicho umbral, la cual adopta la forma de la respuesta Raman del medio. En esta región de parámetros, que denominamos “Región dominada por Raman” (RdR), es en donde se desarrolla la tesis. Los resultados obtenidos se dividen en tres capítulos. En el primero, se muestra la capacidad de sintonizar en frecuencia a la ganancia de MI con la potencia de un campo intenso en la RdR. En el siguiente, se propone un método para estimar una de las características de la respuesta Raman del medio y, en el capítulo final, se describe un análisis sobre el efecto que tiene la inclusión del *self-steepening* en el número de fotones de las componentes espectrales de los campos propagantes.

**Palabras clave:** ÓPTICA NO LINEAL, INFRARROJO MEDIO, SCATTERING DE RAMAN ESTIMULADO, INESTABILIDAD MODULACIONAL





# Abstract

This thesis addresses the interrelation of a set of phenomena within the framework of nonlinear optics that can occur when an intense field, typically produced by a laser source, propagates in a waveguide enabling the generation of nonlinear processes. This kind of phenomena is characterized by the generation of new frequencies from one or more light sources in a nonlinear medium. Special emphasis is placed on the mid IR, a spectral region with applications in many different fields such as thermography applications, infrared photography, meteorology, optical communications, infrared spectroscopy, or the generation of new frequencies such as supercontinuum and frequency combs. The analysis of these processes is focused on the interaction of linear and nonlinear phenomena such as chromatic dispersion, Kerr effect, Raman stimulated scattering (SRS), self-steepening, and the phenomenon of modulation instability (MI). All these processes are analyzed under a unified framework based on the generalized nonlinear Schrödinger equation (GNLSE). The so-called MI gain is emphasized here, whose characteristics depend on the medium as well as on the effects considered. The inclusion of self-steepening and that of SRS offers a fruitful scenario in which the consequences of their interrelation are explored. The inclusion of the self-steepening effect in the analysis makes the MI gain vanish for a given pump-power threshold. However, the presence of SRS allows for MI processes to occur beyond this threshold. The thesis is developed in this region of parameters that we call Raman-dominated Region (RdR). The results obtained are described in three chapters. The first chapter shows tunability of the frequency of the MI gain peak with pump power in the RdR. In the second chapter, a method to estimate one of the characteristics of the Raman response of the medium is proposed. The third chapter develops an analysis on the effect that the inclusion of self-steepening has on the number of photons of the spectral components of the propagating fields.

**Keywords:** NONLINEAR OPTICS, MID INFRARED, STIMULATED RAMAN SCATTERING, MODULATION INSTABILITY



# Capítulo 1

## Introducción

*“No basta decir solamente la verdad, más conviene mostrar la causa de la falsedad”.*

— Aristóteles

### 1.1. Óptica no lineal

La óptica no lineal (ONL) es una rama de la óptica que trata con campos eléctricos intensos, capaces de modificar las propiedades ópticas del medio en el que se propagan. La modificación de las propiedades ópticas refiere a la capacidad de un campo para modificar el índice de refracción del medio material. Esto tiene como consecuencia un efecto donde el índice de refracción es dependiente de la intensidad del campo aplicado, conocido como “efecto Kerr óptico”, y se expresa como

$$n(I) = n_0 + n_2 I,$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción lineal,  $I$  es la intensidad del campo eléctrico incidente y  $n_2$  es el índice de refracción no lineal. Para inducir modificaciones en el índice de refracción se emplean fuentes láser lo suficientemente intensas. El índice de refracción no lineal permite que el medio material responda de manera no lineal al campo óptico aplicado, en donde la no linealidad proviene de la relación entre la polarización eléctrica y el campo eléctrico incidente. Al desarrollar la polarización eléctrica en serie de potencias del campo eléctrico se obtiene que<sup>1</sup>

$$\frac{1}{\epsilon_0} P(t) = \chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E^2(t) + \chi^{(3)} E^3(t) + \dots,$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío y  $\chi^{(i)}$ , con  $i = 1, 2, 3, \dots$ , es la susceptibilidad eléctrica de  $i$ -ésimo orden. Los procesos ópticos que solo involucran  $\chi^{(1)}$  pertenecen a la ópti-

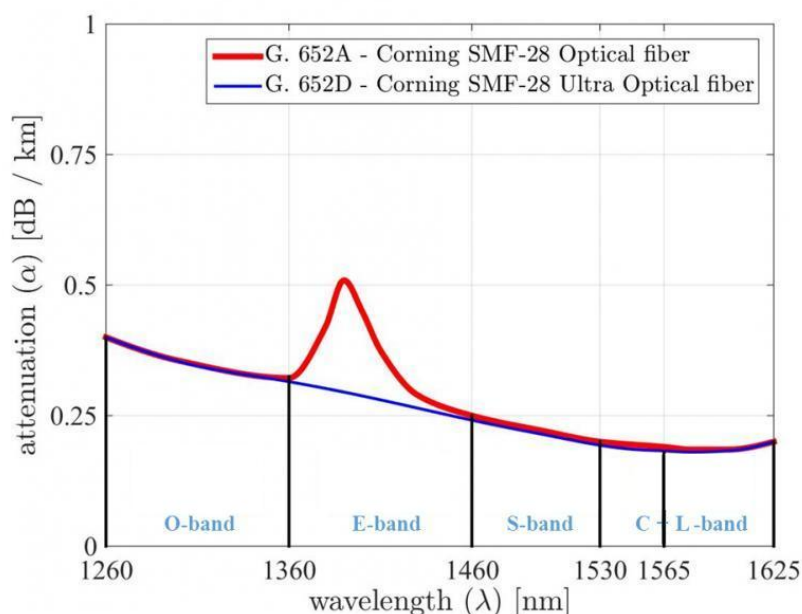
---

<sup>1</sup>A lo largo de toda la tesis se empleará el Sistema Internacional (SI) de unidades.

ca lineal, mientras que los órdenes superiores en el desarrollo en serie de potencias dan lugar a procesos no lineales. La característica más notable de la ONL es la generación de nuevas frecuencias, que es una consecuencia directa de la invalidez del principio de superposición cuando se tienen en cuenta los órdenes superiores del desarrollo de la polarización eléctrica. Esto quiere decir que las diferentes componentes espectrales que se propagan en un medio pueden intercambiar energía, dando lugar a nuevas frecuencias. Para materia condensada, los órdenes de magnitud de la susceptibilidad eléctrica son  $\chi^{(1)} \sim 1$ ,  $\chi^{(2)} \sim 1 \times 10^{-12}$  m/V y  $\chi^{(3)} \sim 1 \times 10^{-24}$  m<sup>2</sup>/V<sup>2</sup>, poniendo de manifiesto la necesidad de fuentes de luz intensas [1]. En el siglo XIX hubo dos descubrimientos notables de efectos de birrefringencia inducidos por un campo óptico. Uno descrito por John Kerr en 1875, relacionado a un efecto cuadrático de campo [2], y otro relacionado a un efecto lineal de campo, reportado por Friedrich Pockels en 1883 [3]. Hoy reconocemos estos efectos como de tercer y segundo orden, respectivamente; es decir, fenómenos en donde intervienen  $\chi^{(3)}$  y  $\chi^{(2)}$ . En ambos casos, estos fenómenos afectan la fase de los campos en vez de su amplitud. En 1922, L. Brillouin postuló un acoplamiento no lineal entre ondas acústicas y ópticas en un medio [4]. En 1928, los físicos indios C. Raman and K. Krishnan midieron un efecto de emisión espontánea, conocido como “efecto Raman” [5]. Dicha emisión fue predicha en 1923 por el austríaco Adolf Smekel [6]. Ambos efectos, el de Brillouin y el de Raman, son no lineales y de tercer orden [7]. Otras dos publicaciones dignas de ser destacadas en la historia de la ONL aparecieron en la década siguiente. En 1931, M. Goeppert-Mayer publicó su trabajo de tesis doctoral sobre procesos de absorción de dos fotones ampliando conceptos de teoría cuántica [8]. La absorción de dos fotones también es un efecto no lineal de tercer orden relacionado con la parte imaginaria de  $n_2$ , mientras que el efecto Kerr está relacionado con la parte real de  $n_2$ . Este efecto se observó poco después de la invención del láser a través de la fluorescencia no lineal. La segunda publicación es el célebre artículo de Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen en 1935, que intentó poner en duda a la mecánica cuántica [9]. En su argumento, introdujeron lo que ahora se llama “entrelazamiento cuántico” de pares de partículas que obedecen a las leyes de impulso y conservación de energía. Este ha sido un campo fructífero de investigación en óptica no lineal mediante el uso de conversión descendente paramétrica (*parametric down conversion*, en inglés) en el que un fotón se aniquila y da lugar a dos fotones, conservando la energía del proceso. Esto condujo a la aparición de nuevos campos como la teoría de la información y las comunicaciones cuánticas. Sin embargo, la generación y control de los procesos de orden superior tomó algunas décadas hasta la invención del láser. El comienzo de la ONL es atribuido al descubrimiento de la “generación de segunda armónica” (SHG, por su sigla del inglés) por Franken *et al.* en 1961 [10], poco tiempo después de la demostración del primer láser que Maiman logró en 1960 [11]. Los avances en las tecnologías de láser y fotodetección han permitido estudios de fenómenos no lineales adicionales en regímenes de longitudes de onda en el infrarrojo medio (mid IR, por su acrónimo en inglés) y la generación de pulsos ultracortos.

## 1.2. Región del mid IR

La región del mid IR es una porción del espectro electromagnético comprendida aproximadamente entre las longitudes de onda de  $2,5 \mu\text{m}$  y  $25 \mu\text{m}$ . El interés en el estudio de fenómenos electromagnéticos en el mid IR tiene diversas razones. La más importante es que la energía de los modos vibracionales de las moléculas residen en esta región del espectro. En consecuencia, las moléculas absorben y emiten luz a estas frecuencias, dando lugar a un sinnúmero de aplicaciones. Dichas aplicaciones se encuentran en la espectroscopía vibracional infrarroja, que puede usarse para identificar moléculas conociendo la energía de sus enlaces. Los cuerpos a temperatura ambiente emiten radiación de cuerpo negro cuyo máximo se encuentra cerca de  $10 \mu\text{m}$ . La tecnología espacial utiliza cámaras y sensores de alta precisión que operan en el mid IR. Tal es el caso del Telescopio Espacial James Webb de la NASA, que cuenta con tres conjuntos de detectores de silicio dopado con arsénico y que actualmente se encuentra en construcción para ser lanzado en el año 2021 [12]. Otra aplicación de máxima relevancia que dio inicio en el siglo XX son las telecomunicaciones. En particular, las comunicaciones por fibra óptica han revolucionado el mercado desde su implementación en la década de 1970, cuando la compañía Corning desarrolló a primera fibra óptica de sílice, cuya atenuación era aproximadamente  $20 \text{ dB/km}$ . Años más tarde se redujo la atenuación, alcanzando un valor mínimo de  $0,2 \text{ dB/km}$ . La región del espectro destinada a la transmisión de luz en estos sistemas es conocida como “las ventanas de las telecomunicaciones”, ubicadas entre  $1260 \text{ nm}$  y  $1625 \text{ nm}$  (Fig. 1.1). Estrictamente, la primera ventana de las telecomunicaciones se ubica en  $850 \text{ nm}$ , mientras que la segunda está en  $1310 \text{ nm}$  y, la tercera, en  $1550 \text{ nm}$ .

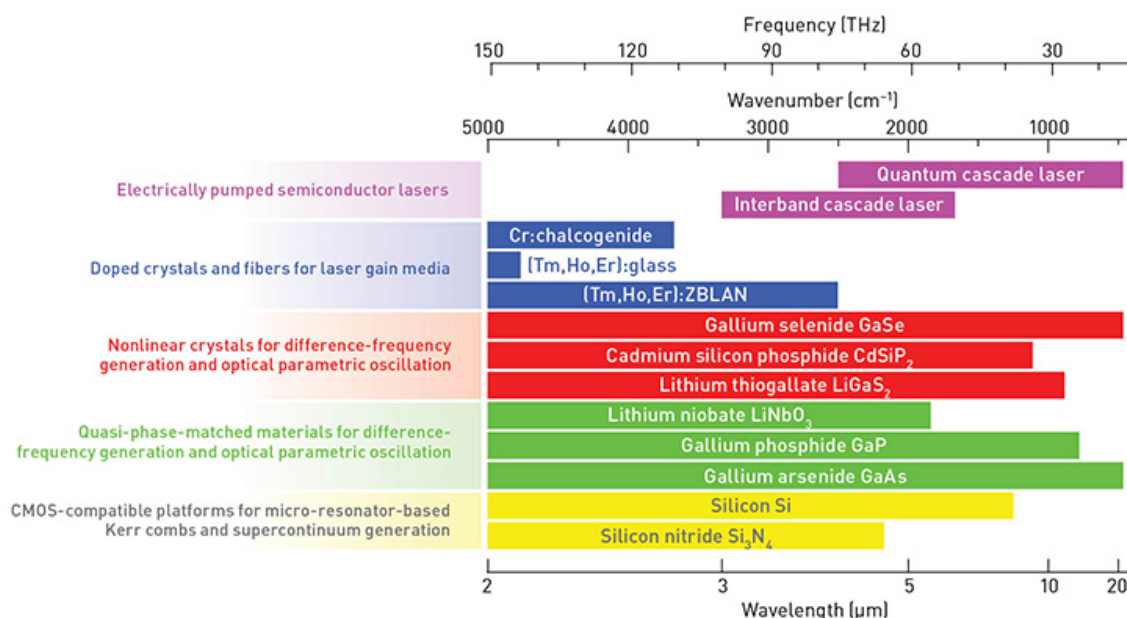


**Figura 1.1:** atenuación en función de la longitud de onda para una fibra estándar de sílice. La disminución de iones  $\text{OH}^-$  muestra la supresión del pico de absorción localizado en  $1400 \text{ nm}$ . Imagen extraída de la Ref. [13].

Debido a la comercialización en todo el mundo de los sistemas comunicaciones, los fenómenos ópticos en dichos sistemas fueron ampliamente estudiados. Sin embargo, al estudiar la propagación de luz de longitudes de onda mayores en la fibra óptica estándar, la atenuación y absorción limitan las posibles aplicaciones prácticas.

### 1.2.1. Fuentes de luz y guías de onda en el mid IR

El estudio de los fenómenos no lineales en el mid IR requiere de fuentes de luz en esa región. A pesar de que las transiciones de los medios activos de láseres en el mid IR son limitadas, el empleo de láseres y medios no lineales permite la obtención de frecuencias en toda la región del mid IR, tal como se muestra de manera esquemática en la Fig. 1.2. Como puede

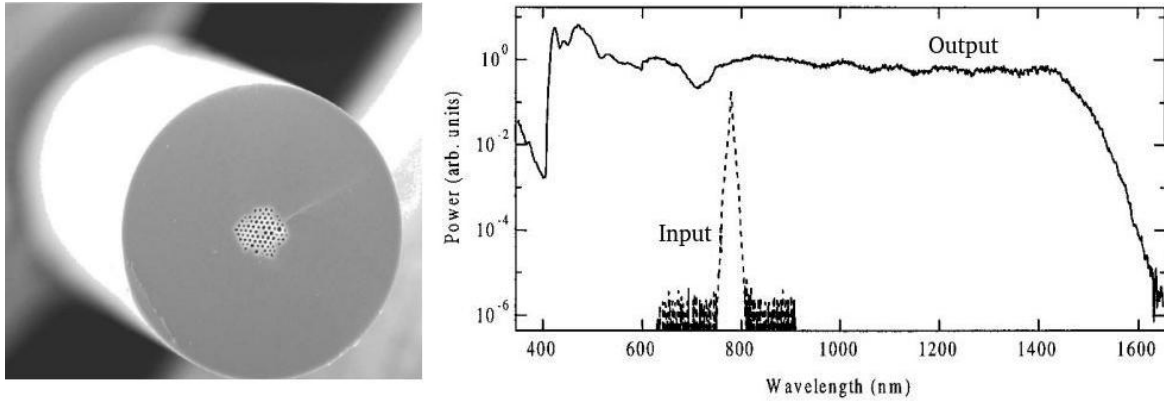


**Figura 1.2:** fuentes de luz en el mid IR. Imagen extraída de la Ref. [14].

observarse, se aprovechan los efectos no lineales de segundo y tercer orden para cubrir todo el espectro del mid IR. Por ejemplo, el uso de cristales no lineales de diferentes composiciones en conjunto con láseres de Ti:Za (800 nm) o Nd:YAG (1064 nm) para la generación de procesos de segundo orden permitieron la generación de luz coherente, intensa y sintonizable en el mid IR, tanto para fuentes continuas como pulsadas [15–17]. Otro importante proceso en óptica no lineal es la generación de supercontinuo (SCG, por su sigla en inglés), observado y medido por primera vez por Alfano y sus colaboradores en 1970 [18, 19]. Consiste en el ensanchamiento espectral de una fuente de luz, provocado por fenómenos de tercer orden en un medio no lineal. La SCG ha encontrado numerosas aplicaciones en campos tan diversos como la espectroscopía, la compresión de pulsos y el diseño de láseres sintonizables ultrarrápidos de femtosegundo [20]. En el contexto de las telecomunicaciones, la división espectral de la SCG de banda ancha también se ha propuesto como una forma simple de crear fuentes de

longitud de onda múltiple para aplicaciones en sistemas de multiplexado denso por división en longitud de onda (DWDM, por su sigla en inglés) [20].

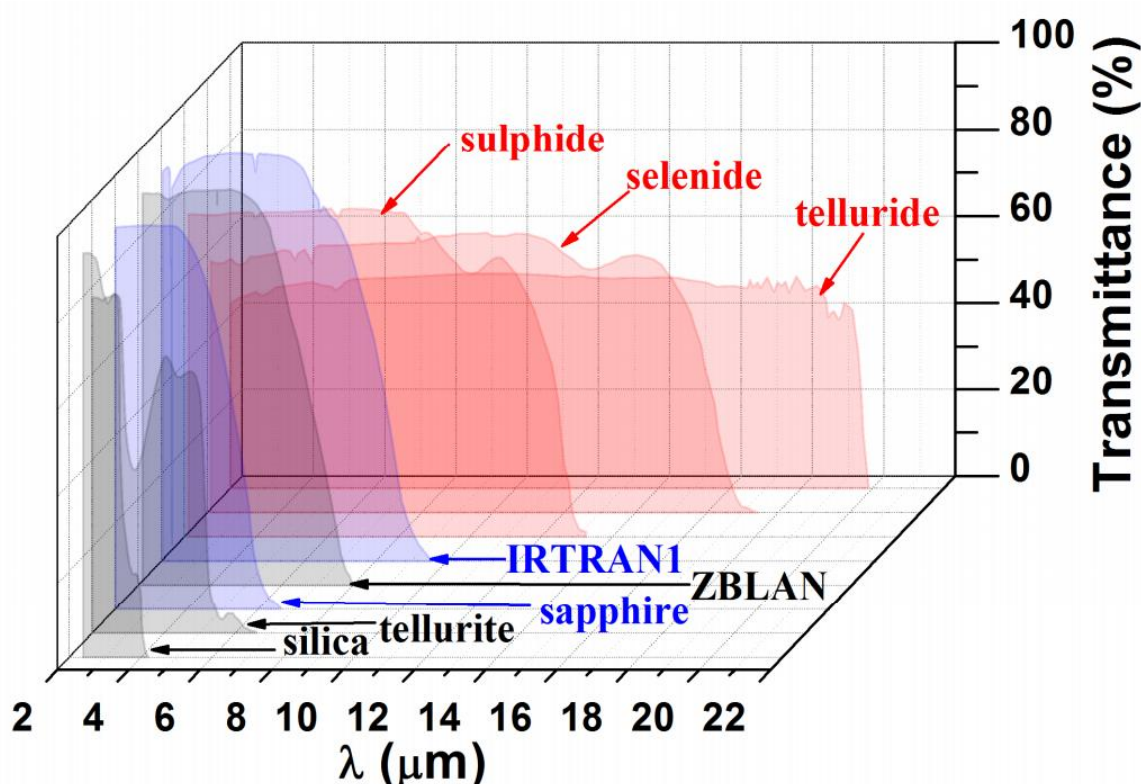
Con el desarrollo de nuevas guías de onda, el ensanchamiento espectral resultó ser cada vez mayor. En particular, Ranka *et al.* [21] usaron las denominadas “fibras de cristal fotónico” (PCF, por su sigla en inglés) en las que se realizan perforaciones microestructuradas en el núcleo de una fibra de sílice para aumentar las interacciones no lineales. En la Fig. 1.3 se muestra una imagen de la PCF usada por Ranka en el experimento de SC.



**Figura 1.3:** primer experimento de SCG mediante el uso de una PCF. (Izquierda) PCF utilizada en el experimento; (derecha) espectro de entrada y salida de la PCF. Imágenes extraídas de las Refs. [20, 21].

Si bien el empleo de las PCF para la SCG permite el ensanchamiento en una región particular del espectro infrarrojo, para obtener luz en longitudes de onda mayores es preciso utilizar otras guías de onda con una región de transparencia adecuada. Se denomina “región de transparencia” a la región del espectro en la que la atenuación de la guía de onda es mínima. En la Fig. 1.4 se muestra la región de transparencia para diversas guías de onda, donde se observa que los denominados “vidrios calcogenuros” presentan transparencia en el mid IR.

Las propiedades ópticas de los vidrios calcogenuros fueron estudiadas desde la década de 1950 [23, 24]. Los vidrios calcogenuros están compuestos por elementos de los grupos 13, 14, 15 y 16 de la tabla periódica, exceptuando al oxígeno. En relación con la sílice ( $\text{SiO}_2$ ), los calcogenuros poseen elementos más pesados (As-S, As-Se, Ga-Se-Te, etc.), y sumado al hecho de que los enlaces de dichos elementos son más débiles que aquellos que pueden formar en óxidos, les permite tener una región transparencia más allá de los  $10\ \mu\text{m}$  [25]. Los calcogenuros encuentran diversas aplicaciones en la fabricación de componentes ópticos de bajo costo [26], imágenes térmicas [27], como así también en los CDs y DVDs regrabables que emplean el fenómeno de cambio de fases amorfa y cristalina del calcogenuro para almacenar información [28]. Otra característica notable de los vidrios calcogenuros es su elevado índice de refracción. Los valores reportados son  $n_0 \approx 2 - 3$ , aproximadamente el doble que el  $\text{SiO}_2$ . Como consecuencia de su elevado índice de refracción, los calcogenuros tienen un valor de  $n_2$  relativamente grande. Esto deriva de la regla empírica de Miller que relaciona  $\chi^{(3)}$  con  $\chi^{(1)}$  [29]. En la Fig. 1.5 se muestra la relación entre  $n_0$  y  $n_2$  para distintos materiales,



**Figura 1.4:** región de transparencia de guías de onda de diferentes composiciones en el mid IR. Imagen extraída de la Ref. [22].

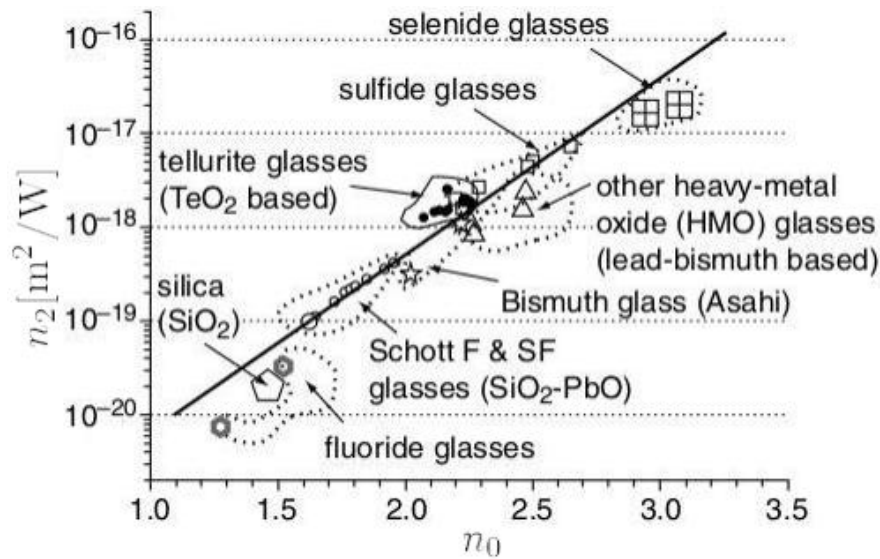
donde se observa que para valores crecientes de  $n_0$  tienen mayor respuesta no lineal a través de  $n_2$ . Por otra parte, las guías de onda basadas en vidrios calcogenuros presentan una elevada atenuación en relación a la fibra estándar. La atenuación alcanzada para fibras bajo un proceso de purificación es de 23 dB/km (2,3  $\mu\text{m}$ ), aunque los valores típicos se encuentran entre 100-200 dB/km [30].

### 1.3. Amplificadores Raman

A principios de la década de 1970, Stolen e Ippen demostraron la amplificación Raman en fibras ópticas [32]. Sin embargo, durante la década de 1970 y la primera mitad de la década de 1980 los amplificadores Raman permanecieron principalmente como curiosidades de laboratorio. A mediados de la década de 1980 muchos trabajos revivieron la promesa de los amplificadores Raman, aunque a fines de esa década el esquema de amplificación más empleado era uno basado en fibra dopada con erbio (EDFA, por su sigla en inglés). Sin embargo, a mediados y finales de la década de 1990 hubo un resurgimiento del interés en la amplificación Raman. Desde la década de 2000, varios sistemas de transmisión de fibra óptica de larga distancia (generalmente entre 300 y 1000 km) o de ultralarga distancia (más de 1000 km) utilizan amplificación Raman [33].

El principio de funcionamiento del amplificador está basado en el *scattering* de Raman

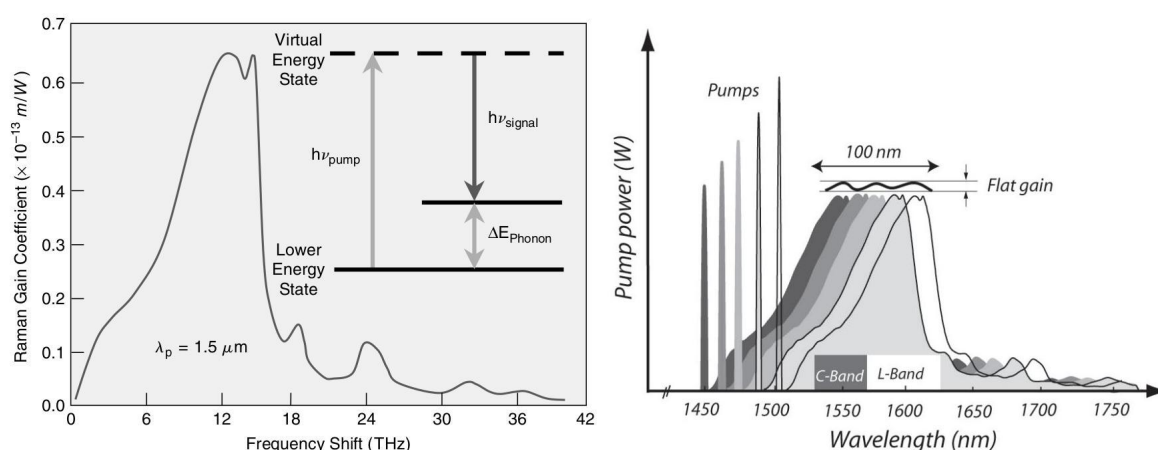




**Figura 1.5:** relación entre  $n_0$  y  $n_2$  para distintos materiales. Imagen extraída de la Ref. [31].

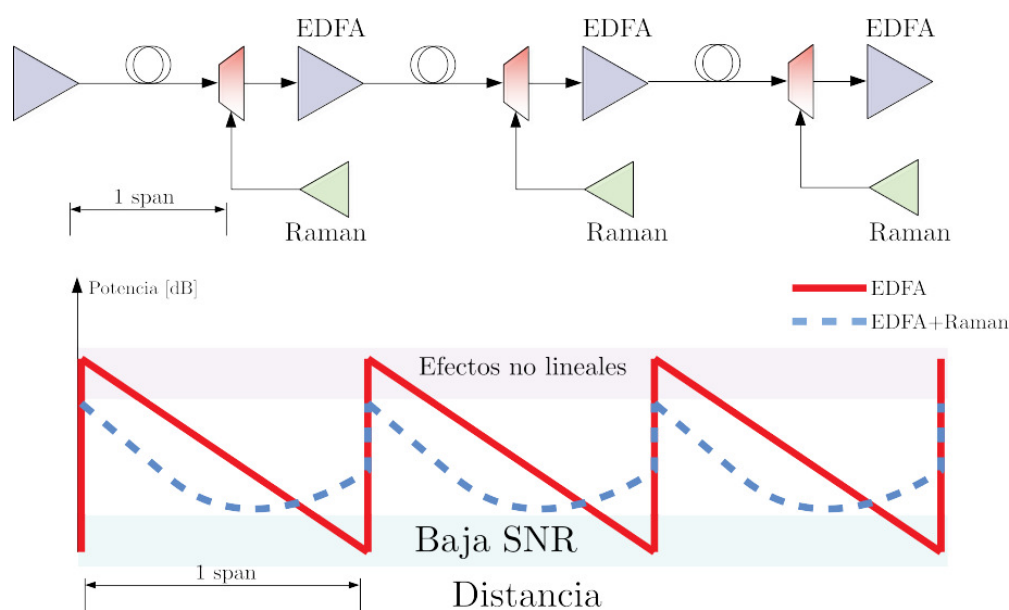
estimulado (SRS, por su sigla en inglés). Esencialmente, consiste en dos componentes espectrales: una perteneciente a la bomba o *pump* y otra localizada a una frecuencia menor (o de mayor longitud de onda) llamada “frecuencia de Stokes”. Ambas componentes espectrales se propagan en un medio que proporciona una “ganancia Raman”. La ganancia de Raman surge de la transferencia de potencia del *pump* a la banda Stokes, cuya diferencia de energía se traduce en un fonón óptico (un modo vibratorio del medio), como se muestra en la parte izquierda de la Fig. 1.6. En el interior de la figura se muestra el proceso: un fotón del *pump* se aniquila y se crean un fotón de menor energía en la banda Stokes más un fonón, conservando la energía del proceso. La ganancia Raman de la fibra estándar tiene un máximo ubicado a aproximadamente 13 THz del *pump*. En la banda de las telecomunicaciones, la amplificación Raman emplea un *pump* separado 100 nm de la banda que quiera amplificarse. En particular, un esquema de amplificación de las denominadas bandas C y L de la ventana de las telecomunicaciones se muestra en la parte derecha de la Fig. 1.6, donde se utilizan varios *pumps* con diferentes potencias para obtener una ganancia uniforme en las bandas.

En la mayor parte de los casos, la implementación de la amplificación Raman en los sistemas comerciales se realiza en el modo contrapropagante. Esto significa que el sentido de propagación del *pump* es opuesto al de la banda de amplificación. Por ejemplo, en los denominados sistemas *long haul* de comunicaciones, las distancias de decenas de kilómetros requieren un sistema de amplificación óptica debido a la atenuación de la fibra óptica. En estos sistemas es habitual utilizar un sistema de amplificación híbrida que combina EDFA con amplificadores Raman. Recientemente, se utilizó este esquema híbrido de amplificación para sistemas DWDM *ultra-long haul* de más de 6500 km [36]. Estos esquemas de amplificación híbrida mejoran la relación señal-ruido (SNR, por su sigla en inglés) del sistema, definida como la potencia de la señal transmitida dividido por la potencia del ruido presente en un ancho de banda arbitrario, expresada en dB. La Fig. 1.7 muestra un esquema de la amplificación



**Figura 1.6:** (izquierda) respuesta Raman de una fibra estándar de  $\text{SiO}_2$ . Imagen extraída de la Ref. [33] basada en la medición de Stolen y colaboradores [34]. (Derecha) Esquema de amplificación Raman en un sistema de comunicación óptica. Imagen extraída de la Ref. [35].

distribuida que compara un sistema donde solamente hay EDFAs y un sistema híbrido.



**Figura 1.7:** amplificación distribuida. A cada una de las etapas de amplificación se las conoce como *span*, cuya longitud típica es de 80-100 km.

## 1.4. Propagación de luz en guías de onda

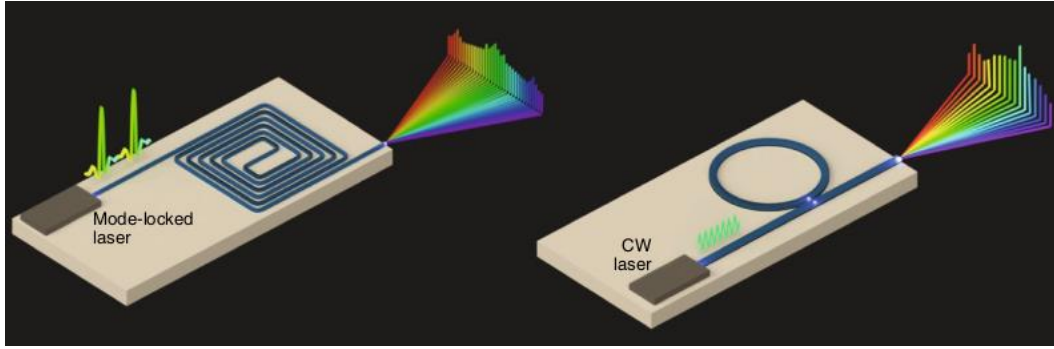
La propagación de luz en guías de onda se describe por la “ecuación no lineal de Schrödinger generalizada” (GNLSE, por su sigla en inglés), que deriva de las ecuaciones de Maxwell. Esta ecuación incluye la dispersión cromática, que es la consecuencia de la dependencia de  $n_0$  con la frecuencia, la respuesta Raman del medio y los efectos no lineales de mezclado de cuatro ondas o *four-wave mixing* (FWM, por su sigla en inglés). Dos de los fenómenos no lineales de mayor relevancia en este trabajo son la “automodulación de fase” y el *self-steepening*. El

primero es un fenómeno que surge del efecto Kerr y da lugar al ensanchamiento espectral de los pulsos ópticos. El segundo surge de la dependencia con la frecuencia del denominado “parámetro no lineal”,  $\gamma$ . Una consecuencia del self-steepening es el *shock* óptico, un fenómeno análogo al rompimiento de las olas del océano [37] y que ocurre cuando la velocidad de grupo de un pulso depende de su intensidad [38]. La GNLSE describe de manera satisfactoria la propagación de pulsos ultracortos ( $\sim 10$  fs), pumps intensos de “onda continua” (CW, por su sigla en inglés), como así también predice los espectros obtenidos a partir de experimentos de SCG. Un análisis de estabilidad lineal de la GNLSE revela el fenómeno de la “inestabilidad modulacional” (MI, por su sigla en inglés), en el que un pump CW que se propaga en un medio no lineal es inestable, dando lugar al rompimiento en un tren de pulsos. Esto se debe al crecimiento simétrico de las componentes espectrales en las bandas laterales, habilitado por la denominada “ganancia de MI”. La tasa de repetición del tren de pulsos está determinada por la potencia del pump y los parámetros de la guía de onda [39].

## 1.5. Motivación y organización de la tesis

Los sistemas comerciales de amplificación distribuida descritos anteriormente actúan sobre señales que se propagan grandes distancias y que operan en la banda de las comunicaciones ópticas ( $\sim 1,55 \mu\text{m}$ ). Por otro lado, las guías de onda basadas en calcogenuros presentan atenuaciones elevadas y, por lo tanto, son inadecuadas para el uso en sistemas de comunicación óptica. No obstante, se han propuesto esquemas de amplificación Raman basados en calcogenuros, aprovechando que la ganancia Raman es cientos de veces mayor que el de la fibra estándar [40, 41]. En los últimos años los denominados “peines de frecuencia” (o su equivalente en inglés, *frequency combs*) se desarrollaron como una herramienta crucial en el espectroscopía, relojes atómicos, telecomunicaciones, metrología, aplicaciones biológicas, estudio de moléculas, etc. [42]. Los peines de frecuencia son, esencialmente, una fuente de luz que consta de componentes espectrales equiespaciadas de modo que  $f_n = f_r n + f_0$ , donde  $n$  es un entero,  $f_r$  es la frecuencia de repetición y  $f_0$  la frecuencia de la portadora. La implementación de los peines de frecuencia puede llevarse a cabo usando fenómenos no lineales de segundo o tercer orden, por medio de  $\chi^{(2)}$  o  $\chi^{(3)}$ , respectivamente. En el primer caso, pueden implementarse a través de osciladores paramétricos ópticos o mediante el proceso de diferencia de frecuencias; en el segundo, con la generación de procesos de FWM a través de los denominados *Kerr frequency combs* (KFC) [43]. En trabajos recientes se propusieron esquemas de peines de frecuencias basados en chips fotónicos [44] (ver esquema en la Fig. 1.8).

En particular, en este tipo de dispositivos la composición de las guías con las que se construyen los chips depende del rango espectral. El uso de calcogenuros para estas aplicaciones permitiría la fabricación de un KFC basado en chips fotónicos que opere en el mid IR. Sin



**Figura 1.8:** (Izquierda) esquema de un KFC que opera con una fuente de luz de pulsos ultra cortos y (derecha) con una fuente continua. Imagen extraída de la Ref. [44].

embargo, a la fecha no se desarrollaron esquemas con guías de onda basadas en vidrios calcogenuros [44].

Motivado por los esquemas como el de amplificación Raman o peines de frecuencias, se propone el estudio de los fenómenos no lineales en guías de onda basadas en calcogenuros. La descripción completa de toda la fenomenología se realiza con un modelo completo de inestabilidad modulacional escalar. Dicho modelo relaciona la compleja interrelación entre la respuesta Raman del medio, los procesos de FWM y self-steepening que ocurre en la región del mid IR.

A continuación, se describe la organización de la tesis. En el Capítulo 2 se delinean los fundamentos teóricos de la propagación de luz en guías de onda monomodo. Se parte de las ecuaciones de Maxwell con una relación constitutiva de la polarización eléctrica de modo que contemple los fenómenos de tercer orden. Esto desemboca en la GNLSE, que describe la propagación de luz en medios no lineales. Se proporciona una noción básica de la inestabilidad modulacional sin contemplar la respuesta Raman ni el self-steepening, necesaria para la comprensión de todo lo que sigue. En el Capítulo 3 se aborda el problema de la inestabilidad modulacional, incluyendo la respuesta Raman del medio y el self-steepening en un modelo unificado. El Capítulo 4 es una continuación del Capítulo 3 en el que se brinda un método para estimar la “contribución fraccional de Raman”, un parámetro que da cuenta de la fracción de fotones de un pump aniquilados por SRS y FWM. Estos resultados muestran que este parámetro, además de depender enteramente del medio, depende de la forma de su respuesta Raman. Con ello se obtiene un método que permite la estimación numérica de dicho parámetro. El Capítulo 5 es también una continuación del Capítulo 3, pero se hace hincapié en un análisis de número de fotones y no ondulatorio, dando lugar a la idea de “amplificador Raman de doble banda lateral”. En las Conclusiones se discuten los resultados obtenidos en la tesis. Adicionalmente, se agregaron cinco apéndices en los que se complementan los resultados obtenidos. En el Apéndice A describe la metodología empleada para la resolución numérica de la GNLSE y se detalla el algoritmo utilizado, como así también la implementación utilizando unidades de procesamiento gráficas (GPU, por su sigla en inglés). En los

---

Apéndices [B](#), [C](#) y [D](#) se detallan algunas cuentas cuyos resultados son utilizados a lo largo de la tesis. En el el Apéndice [E](#) se describe una propuesta de trabajo futuro fundamentada en los resultados obtenidos. Finalmente, se listan las publicaciones asociadas a esta tesis.



## Capítulo 2

# Óptica en medios no lineales

*“El hombre fue quien creó a Dios a su imagen y semejanza”.*

— Friedrich Nietzsche

En este capítulo se abordará el problema de la interacción de campos eléctricos aplicados a medios no lineales. Para ello se resolverán las ecuaciones de Maxwell en medios dieléctricos que presentan no linealidades y se explicarán los fenómenos emergentes al considerar una relación constitutiva no lineal, dando lugar a procesos de orden superior. En particular, esta tesis trata con procesos no lineales de tercer orden. Las guías de onda basadas en sílice o en vidrios calcogenuros presentan susceptibilidad eléctrica de tercer orden, permitiendo generar procesos no lineales cuando los campos son lo suficientemente intensos. La forma de representar la dinámica de campos en estos medios está dada por la ecuación no lineal de Schrödinger (GNLSE), descrita en este capítulo, y que modela la propagación de la envolvente del campo eléctrico en una guía de onda. Finalmente se desarrolla un análisis de estabilidad lineal que permite la descripción en el fenómeno de la inestabilidad modulacional (MI).

### 2.1. Electromagnetismo en medios no lineales

La propagación de campos ópticos en guías de onda dispersivas y no lineales está gobernada por las ecuaciones de Maxwell [45]

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.4)$$

donde  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$  y  $\vec{B}$  son el campo eléctrico, el campo magnético, el desplazamiento eléctrico y la densidad de flujo magnético, respectivamente. Al tratar con medios dieléctricos se considerarán nulas a la densidad de corriente,  $\vec{J}$ , y a la densidad de cargas libres,  $\rho_l$ . A su vez, todos los campos están relacionados con la polarización eléctrica y la magnetización,  $\vec{P}$  y  $\vec{M}$ , a través de

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}. \quad (2.6)$$

No se trabajará con medios magnéticos, de modo que  $\vec{M} = 0$ . Al tomar rotor en la Ec. 2.1 y combinando las Ecs. 2.2, 2.5 y 2.6 se llega a [39]

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

Esta ecuación se puede simplificar mediante el uso de la identidad vectorial

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}. \quad (2.8)$$

El término  $\nabla \cdot \vec{E}$  es estrictamente nulo en la óptica lineal, mientras que en la ONL habitualmente se desprecia [1], de modo que se obtiene la conocida ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.9)$$

A continuación, se describirá la polarización a partir de las propiedades del medio en el que el campo eléctrico se propaga.

## 2.2. Medios no lineales: susceptibilidad y polarización eléctricas

La naturaleza no lineal de los medios está caracterizada por la susceptibilidad eléctrica,  $\chi$ , que vincula la polarización eléctrica,  $\vec{P}$ , con el campo eléctrico aplicado,  $\vec{E}$ . En el caso más general, la susceptibilidad eléctrica tiene carácter tensorial, por lo que es habitual relacionar a  $\vec{P}$  con  $\vec{E}$  como

$$P_i = \epsilon_0 \left( \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right), \quad (2.10)$$

con  $i, j, k, l = x, y, z$ . Las cantidades  $\chi^{(1)}$ ,  $\chi^{(2)}$  y  $\chi^{(3)}$  se denominan susceptibilidad de primer, segundo y tercer orden, respectivamente. A su vez,  $\chi_{ij}^{(1)}$ ,  $\chi_{ijk}^{(2)}$  y  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  son las componentes de



tensores de segundo, tercer y cuarto rango, respectivamente. Cabe destacar que  $\chi^{(1)}$  tiene  $3^2 = 9$  componentes, mientras que  $\chi^{(2)}$  posee  $3^3 = 27$  y  $\chi^{(3)}$  cuenta con  $3^4 = 81$  [46]. En general, la susceptibilidad de cualquier orden es una función compleja dependiente de las frecuencias de los campos incidentes. Por ejemplo, la susceptibilidad de tercer orden relaciona tres frecuencias de entrada,  $\omega_a$ ,  $\omega_b$  y  $\omega_c$ , que dan lugar a una cuarta frecuencia,  $\omega_d$ , que se corresponde con la frecuencia de la polarización eléctrica según

$$P_i(\omega_d) \propto \chi^{(3)}(\omega_d; \omega_a, \omega_b, \omega_c) E(\omega_a) E(\omega_b) E(\omega_c). \quad (2.11)$$

Afortunadamente, consideraciones de simetría en diferentes medios no lineales hacen que una cantidad considerable de componentes de los mencionados tensores sean nulas [47]. En lo que respecta a esta tesis, se omitirá el carácter tensorial de la susceptibilidad debido a que no se considerarán los estados de polarización del campo eléctrico ya que una fibra es un medio homogéneo. Un tratamiento completo sobre el carácter tensorial de cristales puede encontrarse, por ejemplo, en las Refs. [48, 49].

Cuando se considera solamente  $\chi^{(1)}$ , el medio material responde linealmente al campo incidente. Para ilustrar esto, consideremos un material no dispersivo, isótropo y homogéneo de modo que  $\chi^{(1)}$  es una constante, aunque en la práctica depende de la frecuencia. Consideremos, además, un campo eléctrico dependiente del tiempo que oscila a la frecuencia  $\omega$ ,  $E(t) = A \cos \omega t$ . Reemplazando en la Ec. 2.10 se tiene que

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} A \cos \omega t. \quad (2.12)$$

Esto indica que la polarización eléctrica y el campo  $E(t)$  oscilarán a la misma frecuencia ya que existe una relación lineal entre ellos mediada por  $\chi^{(1)}$ . A continuación, se analizará bajo qué condiciones es necesaria la incorporación de los términos de orden superior de la susceptibilidad eléctrica en la respuesta del medio. Para ello puede considerarse, por ejemplo, la derivación realizada en la Ref. [50]. Inspeccionando la Ec. 2.10, puede inferirse que los efectos de segundo orden serán observados cuando la intensidad del campo eléctrico sea tal que el segundo término del miembro derecho sea comparable en magnitud al primero. Esta situación se corresponde con la aplicación de un campo eléctrico del orden del campo eléctrico atómico, dado por  $E_{\text{at}} = e/(4\pi\epsilon_0 a_0^2)$ , donde  $-e$  es la carga del electrón y  $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2$  es el radio de Bohr ( $m$  es la masa del electrón). Considerando que  $\chi^{(1)} \sim 1$  y que  $E_{\text{at}} = 5,14 \times 10^{11}$  V/m, una estimación de  $\chi^{(2)}$  viene dada por [1]

$$\chi^{(2)} \simeq \chi^{(1)} / E_{\text{at}} = 1,94 \times 10^{-12} \text{ m/V}. \quad (2.13)$$

Con un razonamiento análogo, se obtiene una estimación para  $\chi^{(3)}$

$$\chi^{(3)} \simeq \chi^{(1)} / E_{\text{at}}^2 = 3,78 \times 10^{-24} \text{ m}^2/\text{V}^2. \quad (2.14)$$

Nótese que la intensidad de un láser asociada a un campo cuya magnitud es  $E_{\text{at}}$  es

$$I_{\text{at}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\text{at}}^2 = 3,5 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2, \quad (2.15)$$

que da cuenta del orden de magnitud necesario para generar efectos que involucren términos de orden superior de la susceptibilidad eléctrica. Siguiendo el mismo análisis que antes, consideremos nuevamente el campo eléctrico  $E(t) = A \cos \omega t$  y la polarización hasta el segundo orden

$$P(t) = \epsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2) = \epsilon_0 \underbrace{(\chi^{(1)} A \cos \omega t)}_{\text{Término lineal}} + \underbrace{1/2 \chi^{(2)} A^2 (1 + \cos 2\omega t)}_{\text{Término no lineal}}, \quad (2.16)$$

donde se observa que la polarización eléctrica contiene un término lineal y otro cuadrático con la amplitud  $A$ . Uno corresponde a una onda continua y el otro a un campo cuya frecuencia es el doble de la incidente. Esto es una manifestación de la ONL ya que, a partir de una única frecuencia  $\omega$ , del campo eléctrico incidente, se obtienen dos nuevas frecuencias. Para que este proceso sea posible, la amplitud del campo incidente debe ser tal que  $\chi^{(1)} E$  y  $\chi^{(2)} E^2$  sean del mismo orden. Análogamente, se puede explorar qué ocurre con los términos de orden superior de la susceptibilidad eléctrica, pero este ejemplo es ilustrativo para justificar que la polarización eléctrica posee más de una frecuencia. Los procesos involucrados en el término no lineal de la Ec. 2.16 se conocen como “rectificación óptica”, en el que la polarización es constante, y la SHG, donde la polarización oscila con frecuencia  $2\omega$ . Estos son dos de los diversos procesos que pueden generarse con medios no lineales que presentan  $\chi^{(2)}$ . Tales medios pueden ser los denominados “cristales no lineales”, cuya composición atómica cristalina no tiene simetría de inversión, o lo que es lo mismo, no son “centrosimétricos”. En el caso de medios centrosimétricos,  $\chi^{(2)} = 0$ , por lo que no habrá procesos de segundo orden. Para visualizar la centrosimetría, consideremos el proceso de SHG. Supongamos un campo eléctrico que incide en una dirección de propagación tal que  $E(t) = A \cos \omega t \hat{x}$ , y otro en la dirección opuesta,  $E(t) = -A \cos \omega t \hat{x}$ . La polarización eléctrica en el primer caso viene dada por  $P(t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t)$ . Dado que el medio presenta simetría de inversión, al aplicar el campo eléctrico del segundo caso, se espera que la polarización eléctrica cambie de signo, por lo que  $-P(t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} (-E(t))^2 = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t)$ , con lo cual se tiene que  $\chi^{(2)} = 0$ .

Análogamente, con  $\chi^{(3)}$  es posible generar un conjunto de procesos no lineales que generen nuevas frecuencias. Como consecuencia de lo anteriormente expuesto, la polarización en la Ec. 2.9 puede escribirse como la suma de sus partes lineal y no lineal

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}^{\text{L}}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{\text{NL}}(\vec{r}, t). \quad (2.17)$$

Al reescribir la Ec. 2.9 se obtiene la ecuación de ondas no lineal, cuya fuente es la polarización

eléctrica no lineal

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}^{\text{NL}}}{\partial t^2}. \quad (2.18)$$

Debido a que las guías de onda tratadas en esta tesis son centrosimétricas, sólo se tendrán en cuenta la susceptibilidad de primer y tercer orden. Por lo tanto, una vez conocida la polarización no lineal,  $\vec{P}^{\text{NL}}$ , se podrá resolver la evolución del campo eléctrico usando la Ec. 2.18.

## 2.3. Procesos no lineales de tercer orden

Los procesos no lineales de tercer orden involucran términos de la forma  $\epsilon_0 \chi^{(3)} E^3$ . Como se mencionó previamente, hay un conjunto de procesos no lineales que pueden ocurrir cuando se considera  $\chi^{(3)}$ , como por ejemplo el proceso de “generación de tercera armónica” (THG, por su sigla en inglés) o el efecto Kerr óptico, donde el índice de refracción del medio depende de la intensidad. En general, en todos los procesos intervienen cuatro frecuencias, por lo que es habitual hablar de mezcla de cuatro ondas o FWM. Cuando se mezclan cuatro frecuencias, la conservación de la energía de los fotones involucrados impone que

$$\hbar\omega_4 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 + \hbar\omega_3. \quad (2.19)$$

Esto implica que no hay intercambio neto de energía con el medio; es decir, el medio interviene en el proceso pero su energía no varía luego de la interacción. Este tipo de proceso se conoce como “proceso paramétrico”. En términos generales, la polarización viene dada por [47]

$$P_i(\omega_4) = D \frac{\epsilon_0}{4} \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3; \omega_1, \omega_2, \omega_3) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) E_l(\omega_3), \quad (2.20)$$

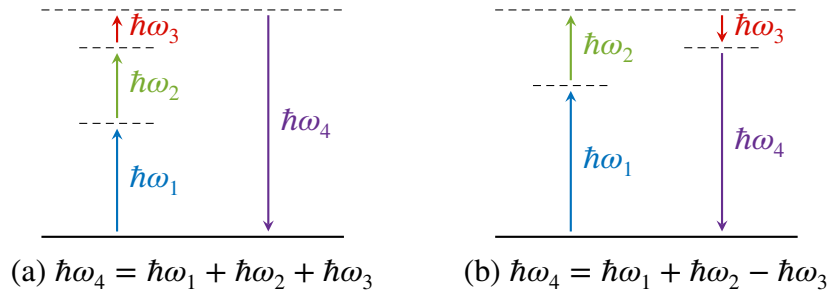
donde  $i, j, k, l = x, y, z$ . El factor  $D$  se conoce como “factor de multiplicidad” y calcula las diferentes permutaciones en las que se obtienen los mismos resultados. Por ejemplo, cuando  $D = 1$  todos los campos en la suma son indistinguibles, cuando  $D = 3$  dos de los tres campos son indistinguibles, mientras que cuando  $D = 6$  todos los campos son distinguibles. En la Tabla 2.1 se muestran sucintamente los procesos posibles para generar la frecuencia  $\omega_4$  a partir de las frecuencias de entrada  $\omega_1, \omega_2$  y  $\omega_3$  [7]. Un tratamiento completo del tensor de susceptibilidad de tercer orden puede encontrarse, por ejemplo, en las Refs. [7, 51]. Debido a que no se trabajará con diferentes polarizaciones, se considerará que [39]

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \chi_{xxxx}^{(3)} \equiv \chi^{(3)}. \quad (2.21)$$

En la Fig. 2.1 se ejemplifican los diagramas de energía para dos procesos de FWM.

Multiplicidad	Nuevas frecuencias		
1	$3\omega_1$	$3\omega_2$	$3\omega_3$
3	$2\omega_1 + \omega_2$	$2\omega_1 + \omega_3$	$\omega_1 + 2\omega_3$
	$2\omega_1 - \omega_2$	$2\omega_1 - \omega_3$	$\omega_1 - 2\omega_3$
	$2\omega_3 + \omega_2$	$2\omega_2 + \omega_1$	$2\omega_2 + \omega_3$
	$2\omega_3 - \omega_2$	$2\omega_2 - \omega_1$	$2\omega_2 - \omega_3$
	$\omega_1 + \omega_1 - \omega_1$	$\omega_2 + \omega_2 - \omega_2$	$\omega_3 + \omega_3 - \omega_3$
6	$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$	$\omega_1 + \omega_2 - \omega_3$	$\omega_1 + \omega_3 - \omega_2$
	$\omega_2 + \omega_3 - \omega_1$		
	$\omega_1 + \omega_2 - \omega_2$	$\omega_1 + \omega_3 - \omega_3$	$\omega_2 + \omega_1 - \omega_1$
	$\omega_2 + \omega_3 - \omega_3$	$\omega_3 + \omega_1 - \omega_1$	$\omega_3 + \omega_2 - \omega_2$

**Tabla 2.1:** frecuencias presentes en la polarización eléctrica no lineal para procesos de FWM cuando las frecuencias de entrada son  $\omega_1, \omega_2$  y  $\omega_3$ . La polarización eléctrica depende del conjunto de frecuencias, como así también del proceso en particular.



**Figura 2.1:** dos de los posibles procesos de FWM que pueden ocurrir a partir de la Ec. 2.20. (a) Suma de frecuencias; (b) amplificación paramétrica.

## 2.4. Condición de *phase matching*

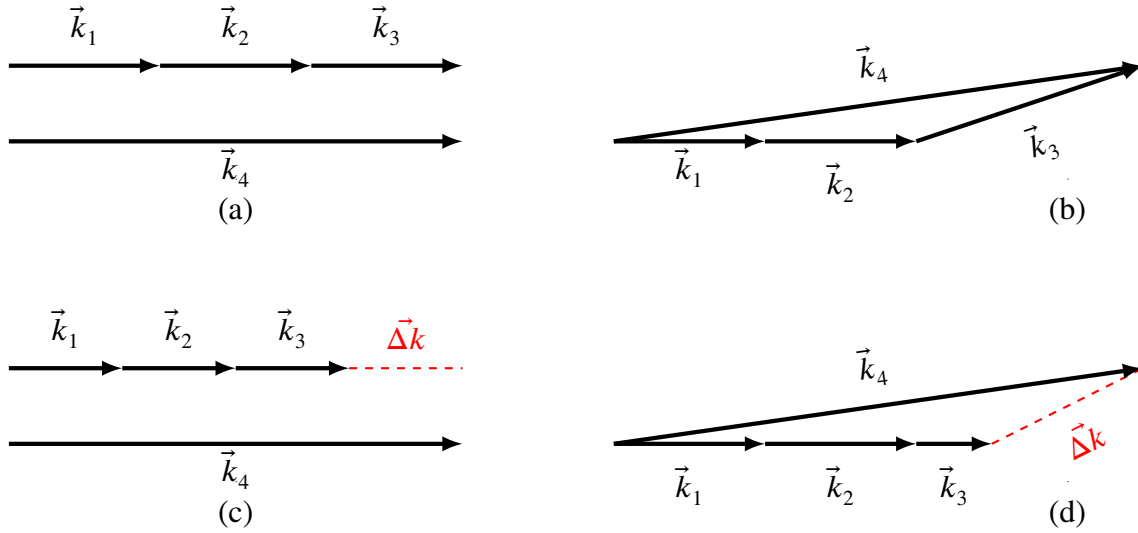
En la sección anterior se describieron algunos de los procesos que pueden ocurrir en un medio no lineal. Se mencionó que tales procesos son paramétricos, de modo que no hay intercambio de energía con el medio a lo largo de la propagación. Por ejemplo, en el caso de la SHG no basta con la conservación de la energía para generar una excitación a la frecuencia  $2\omega$ . Cuando se midió por primera vez la SHG mediante el empleo de un máser de rubí y un cristal de cuarzo, se observó que el proceso era ineficiente: una parte en  $10^8$  de la conversión de energía fue lograda [47]. La pregunta natural es: ¿qué es lo que hace que un proceso sea más o menos eficiente en su generación? La respuesta está en la conservación del momento, que se traduce en satisfacer la denominada condición de *phase matching*. Para visualizar esto, consideremos un proceso de generación de suma de frecuencias tal que  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ . La conservación del momento implica que

$$\vec{k}_4 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3, \quad (2.22)$$

donde  $|\vec{k}_i| = n(\omega_i)\omega_i/c$ , con  $i = 1, 2, 3, 4$ , es el número de onda correspondiente a la frecuencia  $\omega_i$ . En general, la condición de phase matching queda descrita por el *factor de mismatch*,  $\vec{\Delta k}$ , definido en este caso como

$$\vec{\Delta k} = \vec{k}_4 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3. \quad (2.23)$$

Observemos que la Ec. 2.22 es vectorial, con lo cual, dependiendo de la naturaleza de medio no lineal, la condición de phase matching podrá o no ser satisfecha de manera colineal o no colineal, tal como se muestra en la Fig. 2.2. En las partes (c) y (d), la condición de phase matching no se satisface, quedando un vector remanente  $\vec{\Delta k}$  que determinará la eficiencia de la generación de los procesos no lineales.



**Figura 2.2:** condición de phase matching para un proceso de mezcla de cuatro ondas. (a) y (c) Phase matching colineal; (b) y (d) phase matching no colineal. Cuando se satisface la condición de phase matching se tendrá que  $\vec{\Delta k} = 0$ .

En general, la eficiencia de generación de un proceso de FWM puede medirse con la intensidad del campo generado [1]

$$I_4 \propto \text{sinc}^2 \left( \frac{|\vec{\Delta k}| L}{2} \right), \quad (2.24)$$

donde  $\vec{\Delta k}$  es el factor de mismatch del proceso y  $L$  es la distancia propagada por los campos.

## 2.5. Dependencia de $n$ con la intensidad: efecto Kerr óptico

Para ilustrar cómo la intensidad de un campo eléctrico afecta al índice de refracción en un medio no lineal, se propone derivar una ecuación de propagación de ondas en la cual las

interacciones presentes son mediadas por la susceptibilidad de tercer orden. Para el desarrollo de la ecuación de propagación se considera un proceso de FWM en el que se verifica  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ . Se parte de la Ec. 2.18, en la que se supone una solución de onda plana a la frecuencia  $\omega_4$  que solamente se propaga en la dirección  $z$  de la forma [7]

$$E_4(z, t) = A_4 e^{ik_4 z - i\omega_4 t} + \text{c.c.}, \quad (2.25)$$

donde  $A_4 = A_4(z)$  es la envolvente compleja, c.c. significa complejo conjugado y  $k_4 = \frac{n(\omega_4)\omega_4}{c}$  es el número de onda. Debido a que solo hay propagación en la dirección  $z$ , se tiene que  $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ . Reemplazando la Ec. 2.25 en la Ec. 2.18 y descartando la parte c.c. ya que el resultado es el mismo, se llega a

$$\frac{\partial^2 A_4}{\partial z^2} + 2ik_4 \frac{\partial A_4}{\partial z} = -\frac{\omega_4^2}{\epsilon_0 c^2} P^{\text{NL}} e^{-i\Delta k z}, \quad (2.26)$$

donde  $\Delta k = k_4 - k_1 - k_2 - k_3$  es el factor de mismatch y se considera que el proceso es colineal. Cuando la variación espacial del campo es mucho más suave que su longitud de onda, puede usarse la aproximación de envolvente lentamente variable (SVEA, por su sigla en inglés) [52], la cual supone un contenido espectral angosto. Habitualmente, se la emplea para descartar derivadas de orden superior en ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Usando la SVEA se tiene que

$$\left| \frac{\partial^2 A_4}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_4 \frac{\partial A_4}{\partial z} \right|, \quad (2.27)$$

con lo que se llega a la ecuación de propagación en la dirección  $z$  de un campo que oscila a la frecuencia  $\omega_4$

$$\frac{\partial A_4}{\partial z} = i \frac{\omega_4}{2\epsilon_0 n_0(\omega_4) c} P^{\text{NL}} e^{-i\Delta k z}. \quad (2.28)$$

Consideremos ahora uno de los procesos de la Tabla.2.1, donde interviene solo una frecuencia, por ejemplo  $\omega + \omega - \omega$ , y sea la polarización eléctrica de la Ec. 2.20 con  $D = 3$  y  $A(-\omega) = A^*(\omega)$

$$P(\omega) = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)}(\omega; \omega, \omega, -\omega) A(\omega) A(\omega) A^*(\omega) e^{i\Delta k z} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)} A |A|^2 e^{i\Delta k z}. \quad (2.29)$$

Reemplazando la Ec. 2.29 en la Ec. 2.28 se llega a

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i \frac{3\omega \chi^{(3)}}{8n_0(\omega)c} |A|^2 A. \quad (2.30)$$

Se propone como solución a  $A(z) = u(z) \exp(i\phi^{\text{NL}}(z))$ , con  $u(z)$  y  $\phi^{\text{NL}}(z)$  funciones reales, de manera que

$$\frac{\partial u}{\partial z} + iu \frac{\partial \phi^{\text{NL}}}{\partial z} = i \frac{3\omega \chi^{(3)}}{8n_0(\omega)c} u^3. \quad (2.31)$$

Al suponer que no hay absorción,  $\text{Im}\{\chi^{(3)}\} = 0$  e  $\text{Im}\{n_0(\omega)\} = 0$ , y separando en partes real e imaginaria la ecuación para  $u(z)$  y  $\phi(z)$ , se obtiene

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \phi^{\text{NL}}}{\partial z} = \frac{3\omega\chi^{(3)}}{8n_0(\omega)c}u^2. \end{cases} \quad (2.32)$$

De la segunda expresión se deduce la “fase no lineal”, que depende de la intensidad del campo como

$$\Delta\phi^{\text{NL}} = \frac{3\omega\chi^{(3)}}{8n_0(\omega)c}u^2\Delta z; \quad (2.33)$$

y teniendo en cuenta que la “fase lineal” viene dada por

$$\Delta\phi^{\text{L}} = \frac{n_0\omega}{c}\Delta z, \quad (2.34)$$

la fase total acumulada luego de propagarse  $\Delta z$  es

$$\Delta\phi = \Delta\phi^{\text{L}} + \Delta\phi^{\text{NL}} = \frac{\omega}{c} \left( n_0 + \frac{3\omega\chi^{(3)}}{8n_0(\omega)c}u^2 \right) \Delta z, \quad (2.35)$$

donde  $n_0$  es el “índice de refracción lineal”. La suma dentro de los paréntesis es el índice de refracción total, donde el segundo sumando es una corrección dada por la intensidad del campo. Teniendo en cuenta que  $|A|^2 = u^2$  y que la intensidad de un campo eléctrico viene dada por  $I = \frac{1}{2}n_0\epsilon_0c|A|^2$ , se puede escribir el índice de refracción total como

$$n = n_0 + \frac{3\chi^{(3)}}{4\epsilon_0n_0^2(\omega)c}I, \quad (2.36)$$

donde

$$n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{4\epsilon_0n_0^2(\omega)c} \quad (2.37)$$

se conoce como el índice de refracción no lineal. El índice de refracción dependiente de la intensidad queda definido como

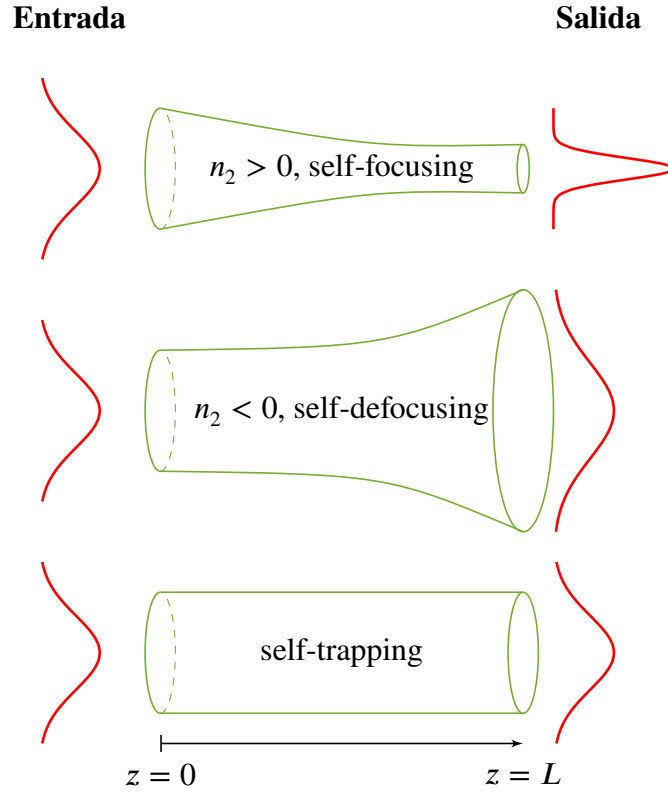
$$n(I) = n_0 + n_2I. \quad (2.38)$$

La Ec. 2.38 se conoce como efecto Kerr óptico y esencialmente indica que un campo propagándose en un medio con  $\chi^{(3)}$  modifica localmente el índice de refracción de acuerdo a su propia intensidad. Una manifestación de este efecto se conoce como “auto enfoque” o *self-focusing* [53, 54], donde el campo modifica las propiedades ópticas del medio, convirtiéndolo en una lente convergente (divergente) cuando  $n_2 > 0$  ( $n_2 < 0$ ). Otro importante efecto es el denominado *self-trapping*, en el cual hay un balance exacto entre el self-focusing y la difracción dentro de un medio, por lo que el haz viaja sin convergir ni divergir. Esto ocurre

únicamente a una potencia del haz, denominada potencia crítica, dada por

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi(0,61)^2 \lambda_0^2}{8n_0 n_2}, \quad (2.39)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda del haz en el vacío. En la Fig. 2.3 se muestran los efectos mencionados.



**Figura 2.3:** algunos efectos no lineales derivados del efecto Kerr óptico.

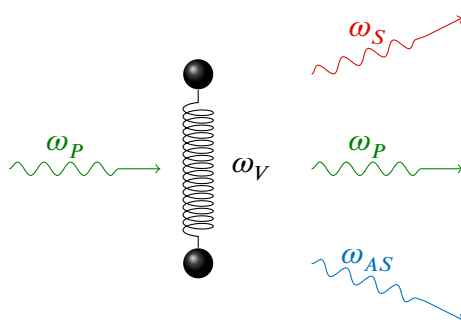
## 2.6. Scattering de Raman

En las interacciones descritas anteriormente la energía del campo electromagnético siempre se conserva, por lo que no hay energía neta que entregue o absorba el medio. Más específicamente, los fenómenos considerados hasta ahora solo involucran transiciones no resonantes. Esto significa que la energía de las distintas componentes espectrales no se corresponde con el espaciado de niveles de energía del medio y, por lo tanto, no habrá absorción de esas componentes espectrales. Por supuesto, la excepción a esto es la absorción no lineal, que ocurre cuando  $\text{Im}\{\chi^{(3)}\} \neq 0$ . Se hará énfasis en los “procesos no paramétricos” en los cuales existe intercambio de energía con el medio o la interacción involucrará un estado excitado del medio. Tal es el caso del efecto Raman, en el que un campo óptico interactúa con los grados de libertad moleculares del medio.



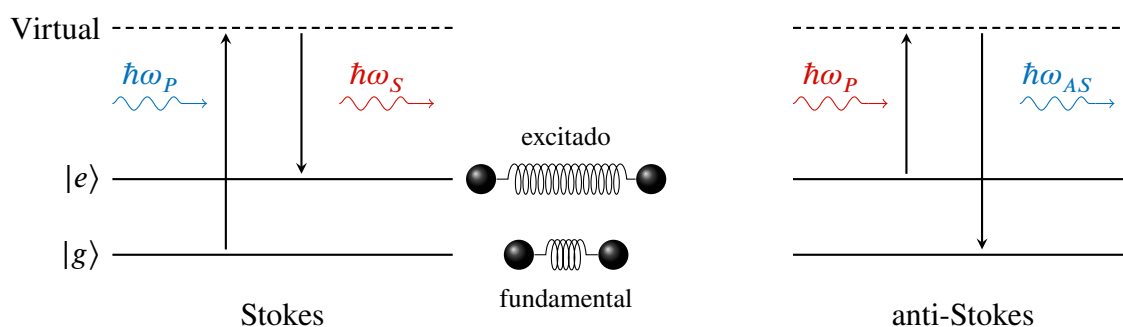
### 2.6.1. Scattering de Raman espontáneo

El efecto Raman espontáneo fue descubierto por C. Raman y K. Krishnan en 1928 [5]. Para observar este efecto, un haz de luz, o *pump*, ilumina una muestra de material (que puede ser sólida, líquida o gaseosa). La luz dispersada por el medio contiene frecuencias diferentes de las de la fuente de excitación; las de menor energía se denominan frecuencias *Stokes*, mientras que las de mayor energía se llaman *anti-Stokes*. En la Fig. 2.4 se muestra esquemáticamente el proceso para un fotón que incide sobre una molécula que lo absorbe y se excita un modo vibracional. Luego de la desexcitación, la molécula puede emitir otro fotón con menor o mayor energía, según sea el proceso.



**Figura 2.4:** representación esquemática del scattering de Raman. Un fotón a la frecuencia  $\omega_P$  incide sobre una molécula que vibra a la frecuencia  $\omega_V$ . Si la molécula no está excitada, se generará un fotón a la frecuencia Stokes,  $\omega_S = \omega_P - \omega_V$ ; mientras que si está excitada, se podrá generar un fotón a la frecuencia anti-Stokes,  $\omega_{AS} = \omega_P + \omega_V$ . El resorte es una representación de los estados vibracionales del medio.

En los materiales sólidos que son de interés en esta tesis, el intercambio de energía proviene de vibraciones moleculares. En la Fig. 2.5 se muestran los diagramas de energía para los procesos Stokes y anti-Stokes. Los niveles vibracionales están representados de manera simplificada por los estados  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ , correspondientes al estado fundamental y al estado excitado del medio, respectivamente. Por supuesto, entre los estados  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$  existen muchos estados vibracionales posibles a los que el medio puede desexcitarse, pero es solamente una representación simplificada del fenómeno.



**Figura 2.5:** diagrama de energías para un proceso de Raman: (izquierda) Stokes; (derecha) anti-Stokes. Las moléculas del medio son representadas por dos masas unidas por un resorte. Los resortes son representaciones de los estados vibracionales del medio.

Una descripción completa del scattering de Raman espontáneo proviene de un cálculo sobre los niveles microscópicos usando la mecánica cuántica [51]. Aquí simplemente se mostrará un modelo clásico donde un campo de la forma

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_p t), \quad (2.40)$$

incide en una molécula y le induce un momento dipolar

$$p = \varepsilon_0 \alpha E, \quad (2.41)$$

donde  $\alpha$  es la polarizabilidad microscópica, que se supone una función que depende débilmente de los grados de libertad (estados vibracionales, rotacionales, etc.) de la molécula [1, 7]. Una manera de generalizar los grados de libertad es a partir de la descripción mediante una coordenada generalizada  $Q$ , que representa la variable independiente para algún modo. Por ejemplo, para el caso de dos masas unidas por un resorte, la coordenada  $Q$  representa a la separación de las masas respecto de su posición de equilibrio. De esta manera,  $Q$  es una coordenada que representa una “vibración generalizada” [51, 55, 56]. Por lo tanto, se puede realizar una expansión en series de Taylor de primer orden en  $Q$  de la polarizabilidad

$$\alpha = \alpha_0 + \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} Q + \dots \quad (2.42)$$

Clásicamente, cuando la molécula es excitada, la frecuencia de vibración es  $\Omega$  y se tiene que

$$Q = Q_0 \cos(\Omega t). \quad (2.43)$$

De esta manera, operando con estas expresiones, se llega a que el momento dipolar inducido tiene tres frecuencias presentes

$$p = \varepsilon_0 \alpha_0 E_0 \cos(\omega_p t) + \varepsilon_0 \frac{E_0 Q_0}{2} \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} [\cos(\omega_p - \Omega)t + \cos(\omega_p + \Omega)t], \quad (2.44)$$

donde las frecuencias Stokes y anti-Stokes se corresponden con  $\omega_p - \Omega$  y  $\omega_p + \Omega$ , respectivamente.

Obsérvese que este modelo es demasiado simplificado, ya que exige que la molécula se encuentre en un estado excitado cuando el fotón incide sobre ella. Si estuviera en una situación sin vibración, no se produciría tal proceso de generación de nuevas frecuencias.

La manera de cuantificar la cantidad de fotones que sufren scattering por parte del medio es a través de la “sección eficaz de Raman”,  $\sigma_R$ , que relaciona la potencia de scattering,  $P_{\text{Scat}}$ , con la intensidad lumínica del campo,  $I_0$ , que incide en el medio

$$P_{\text{Scat}} = \sigma_R I_0. \quad (2.45)$$

No se entrará en los detalles del cálculo de la sección eficaz de Raman, que pueden encontrarse, por ejemplo, en las Refs. [57, 58]. En sólidos la sección eficaz por unidad de volumen es aproximadamente  $10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ . Esto significa que luego de que una señal se propague 1 cm, solo uno de cada  $10^6$  fotones serán convertidos a la frecuencia Stokes [1]. Una manera de incrementar la eficiencia del proceso es mediante el scattering de Raman estimulado (SRS).

### 2.6.2. Scattering de Raman estimulado

El SRS fue descubierto accidentalmente por Woodbury y Ng en 1962 [59, 60] mientras estaban trabajando con un láser de rubí, al cual convirtieron en pulsado mediante la técnica de *Q switching* usando una celda Kerr de nitrobenzeno. Con una radiación de 694,3 nm (431,8 THz), encontraron que la acción del láser también ocurría a 765,8 nm (391,5 THz), y notaron que la diferencia de 40,3 THz se correspondía exactamente con la frecuencia de resonancia vibracional de la molécula de nitrobenzeno. Este dispositivo sirvió como base para el desarrollo del amplificador Raman por fibra óptica, ampliamente usado en los sistemas de comunicaciones comerciales [61–63]. Este dispositivo consta de dos láseres: uno a la frecuencia del pump y otro a la frecuencia Stokes. El pump y la frecuencia Stokes en conjunto estimulan, por ejemplo, vibraciones moleculares en un medio, que a su vez proporciona un canal para acoplar ambas frecuencias de modo que entre ellas exista un intercambio de energía. Es posible desarrollar una descripción clásica (no cuántica) de este fenómeno en términos de la polarización eléctrica y susceptibilidad no lineales. Para ello, considérese un campo eléctrico que contiene las frecuencias  $\omega_P$  y  $\omega_S$  y que incide sobre un ensamble de moléculas [7]

$$E_{\text{inc}} = \frac{1}{2} A_P e^{ik_P z - i\omega_P t} + \frac{1}{2} A_S e^{ik_S z - i\omega_S t} + \text{c.c.} \quad (2.46)$$

El momento dipolar inducido está dado por la Ec. 2.41. Al expandir la polarizabilidad microscópica como en la Ec. 2.42, la polarización eléctrica resulta

$$P = N\epsilon_0 \left( \alpha_0 + \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} Q \right) E_{\text{inc}}, \quad (2.47)$$

donde  $N$  es el número de moléculas por unidad de volumen, medido en  $\text{m}^{-3}$ . Se modela una vibración molecular  $Q$  por un oscilador armónico amortiguado, cuyo forzante depende del campo incidente y que la vibración  $Q$  es inducida por dicho campo incidente,  $E_{\text{inc}}$ . La ecuación de movimiento para  $Q$  según este modelo está dada por

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \Gamma \frac{dQ}{dt} + \omega_R^2 Q = \frac{F}{m}, \quad (2.48)$$

donde  $\Gamma$  es el término disipativo,  $\omega_R^2$  la frecuencia de resonancia del oscilador,  $F$  el forzante y  $m$  la masa del oscilador. La fuerza sobre un dipolo microscópico se deriva de la energía

potencial almacenada en el dieléctrico según

$$U = -\frac{1}{2}\epsilon E_{\text{inc}}^2, \quad (2.49)$$

donde  $\epsilon$  es la permitividad macroscópica del material. La fuerza que se ejerce sobre el conjunto de moléculas está dada por

$$F_M = -\nabla U. \quad (2.50)$$

El sistema bajo análisis es unidimensional en la coordenada generalizada  $Q$ . Por lo tanto, de la Ec. 2.50 se tiene que

$$F_M = \frac{\partial}{\partial Q} \left( \frac{1}{2}\epsilon E_{\text{inc}}^2 \right), \quad (2.51)$$

donde el subíndice  $M$  indica que la fuerza actúa de macroscópicamente sobre todas las moléculas. La relación entre la permitividad macroscópica del material  $\epsilon$  y la polarizabilidad eléctrica microscópica  $\alpha$  viene dada por la relación entre el desplazamiento eléctrico  $\vec{D}$  y la polarización  $\vec{P}$ . Para un medio isotrópico se tiene que

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0(1 + N\alpha)\vec{E} = \epsilon \vec{E}. \quad (2.52)$$

En consecuencia,

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + N\alpha). \quad (2.53)$$

Sustituyendo la Ec. 2.52 en la 2.53 y expandiendo a  $\alpha$  como en la Ec. 2.42 se obtiene la fuerza que actúa sobre un dipolo individual

$$F = \frac{F_M}{N} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} E_{\text{inc}}^2. \quad (2.54)$$

Obsérvese que el forzante es proporcional a  $E_{\text{inc}}^2$ , por lo que habrá más de una frecuencia presente. Se espera que la vibración tenga una frecuencia de oscilación relativamente menor a las frecuencias ópticas involucradas. Por lo tanto, el análisis se centrará solo en la frecuencia  $\Omega = \omega_p - \omega_s$ . De esta manera, el forzante queda expresado como

$$F = \frac{1}{4}\epsilon_0 \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} (A_p A_s^* e^{i(k_p - k_s)z - i\Omega t} + \text{c.c.}). \quad (2.55)$$

Suponiendo que el oscilador armónico está en el estado estacionario, la coordenada  $Q$  puede escribirse como

$$Q = \frac{1}{2}X e^{-i\Omega t} + \text{c.c.}, \quad (2.56)$$

donde  $X$  es la amplitud compleja de  $Q$ . Insertando las Ecs. 2.55 y 2.56 en la ecuación de movimiento 2.48, se obtiene

$$X = \frac{\epsilon_0}{2m\mathcal{L}(\Omega)} \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} A_P A_S^* e^{i(k_P - k_S)z}, \quad (2.57)$$

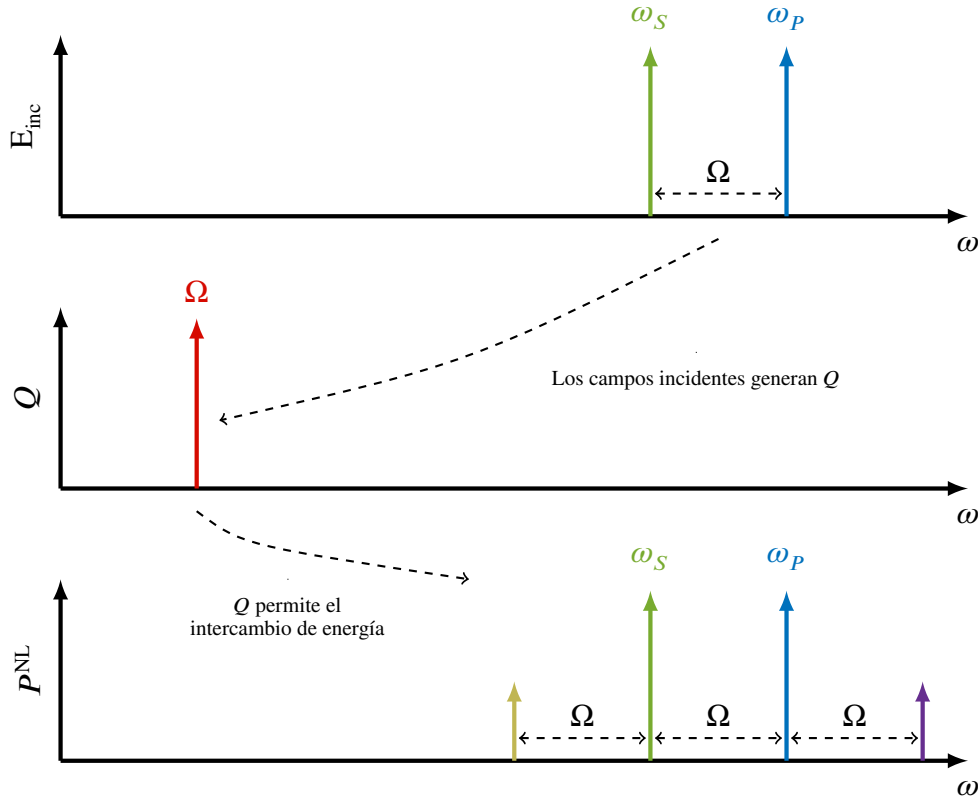
donde

$$\mathcal{L}(\Omega) \equiv \omega_R^2 - \Omega^2 - i\Gamma\Omega. \quad (2.58)$$

La Ec. 2.57 muestra que los dos campos incidentes inducen una vibración  $Q$  en el material. Esta excitación del material interactúa con los campos ópticos y habilita el intercambio de energía entre los campos a la frecuencia del pump y Stokes. El mecanismo para el intercambio de energía es la polarización no lineal. Reemplazando la Ec. 2.56 en la 2.47 y expandiendo se tiene que

$$P^{\text{NL}} = N\epsilon_0 \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} \left( \frac{1}{2} X e^{-i\Omega t} + \text{c.c.} \right) \times \left[ \frac{1}{2} A_P e^{ik_P z - i\omega_P t} + \frac{1}{2} A_S e^{ik_S z - i\omega_S t} + \text{c.c.} \right]. \quad (2.59)$$

Debido al producto  $QE_{\text{inc}}$ , la polarización no lineal tiene frecuencias a la entrada  $\pm\Omega$ . La Fig. 2.6 muestra cómo el campo incidente con frecuencias  $\omega_P$  y  $\omega_S$  induce una vibración  $Q$ , que a su vez permite el intercambio de energía entre dichas frecuencias y como resultado se obtiene la generación de nuevas componentes espectrales.



**Figura 2.6:** SRS visto como un proceso clásico. Imagen adaptada de la Ref. [7].

La polarización no lineal a la frecuencia  $\omega_S$  es

$$P^{\text{NL}}(\omega_S) = N\epsilon_0 \frac{1}{4} \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} A_P X^* e^{ik_P z - i(\omega_P - \Omega)t} + \text{c.c.}, \quad (2.60)$$

y reemplazando el valor de  $X^*$  hallado en la Ec. 2.57 se obtiene

$$P^{\text{NL}}(\omega_S) = N\epsilon_0^2 \frac{1}{4m\mathcal{L}^*(\Omega)} \left( \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} \right)^2 A_P A_P^* A_S e^{ik_S z} + \text{c.c.} \quad (2.61)$$

Puede observarse que la polarización no lineal tiene la misma frecuencia espacial que el campo Stokes.

Como se vio antes, la polarización no lineal es proporcional a  $\chi^{(3)}$  y a los campos que intervienen en el proceso. Reescribiendo la Ec. 2.61 en términos de los procesos mostrados en la Tabla 2.1, para las frecuencias  $\omega_P$ ,  $-\omega_P$  y  $\omega_S$ , se tiene que

$$P^{\text{NL}}(\omega_S) = \frac{3}{2} \epsilon_0 \chi_R^{(3)}(\omega_S; \omega_P, -\omega_P, \omega_S) A_P A_P^* A_S e^{ik_S z}, \quad (2.62)$$

donde

$$\chi_R^{(3)}(\omega_S; \omega_P, -\omega_P, \omega_S) = N\epsilon_0 \frac{1}{6m\mathcal{L}^*(\Omega)} \left( \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} \right)^2. \quad (2.63)$$

El subíndice R indica que es la susceptibilidad de tercer orden relacionada al proceso Raman, mientras que el factor 3/2 en la Ec. 2.62 mantiene relación con el factor de multiplicidad descrito en la Ec. 2.20. La susceptibilidad no lineal depende de  $\mathcal{L}^*$  según

$$\frac{1}{\mathcal{L}^*} = \frac{(\omega_R^2 - \Omega^2) - i\Gamma\Omega}{(\omega_R^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2\Omega^2}. \quad (2.64)$$

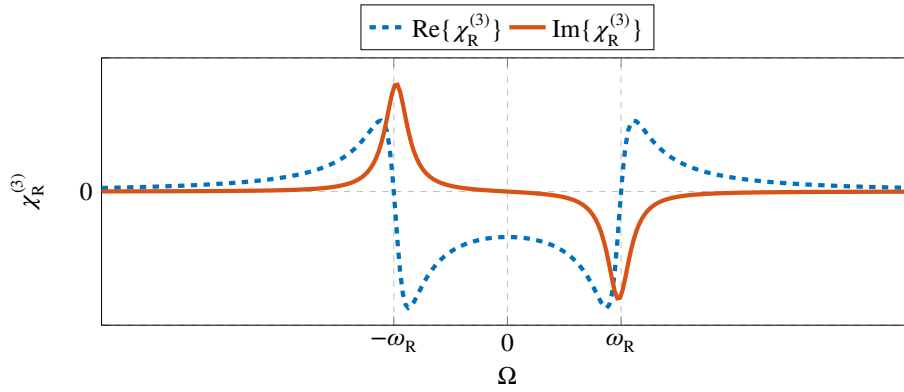
Insertando la Ec. 2.64 en la 2.63 se obtiene una expresión para la susceptibilidad no lineal compleja

$$\chi_R^{(3)}(\omega_S; \omega_P, -\omega_P, \omega_S) = \frac{N\epsilon_0}{6m} \left( \left. \frac{d\alpha}{dQ} \right|_{Q=0} \right)^2 \left[ \frac{(\omega_R^2 - \Omega^2) - i\Gamma\Omega}{(\omega_R^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2\Omega^2} \right]. \quad (2.65)$$

En la Fig. 2.7 se muestra la dependencia con la frecuencia  $\Omega$  de las partes real e imaginaria de  $\chi_R^{(3)}$ .

Para finalizar esta sección, se mostrará cómo crece una onda en la frecuencia  $\omega_S$  a partir de la ecuación de propagación 2.28. Para ello, se introduce en la Ec. 2.28 la polarización 2.62. Teniendo en cuenta que en la resonancia la susceptibilidad de tercer orden es imaginaria pura, se hace el reemplazo  $\chi_R^{(3)} = -i|\chi_R^{(3)}|$ . De esta manera, se tiene que

$$\frac{dA_S}{dz} = \frac{3\omega_S}{4n(\omega_S)c} |\chi_R^{(3)}| |A_P|^2 A_S. \quad (2.66)$$



**Figura 2.7:** partes real e imaginaria de la susceptibilidad eléctrica de tercer orden de Raman.

Bajo la aproximación de pump constante, es decir, cuando se considera que la amplitud del campo a la frecuencia del pump permanece invariante a lo largo de la propagación, la solución de esta ecuación es

$$A_S(z) = A_S(0)e^{gI_P z/2}, \quad (2.67)$$

donde el factor de crecimiento o ganancia es

$$g = \frac{3\omega_S}{\epsilon_0 n(\omega_S) n(\omega_P) c^2} |\chi_R^{(3)}|. \quad (2.68)$$

En la resonancia hay un crecimiento exponencial de la frecuencia Stokes y la ganancia es proporcional a  $|\chi_R^{(3)}|$ . Por supuesto, fuera de la resonancia, se llega a un resultado análogo en el que la ganancia depende de  $|\text{Im}\{\chi_R^{(3)}\}|$  [7].

## 2.7. Ecuación no lineal de Schrödinger generalizada

Desde hace décadas existe la necesidad de modelar la compleja dinámica entre componentes espectrales que tienen lugar en guías de onda no lineales. Un modelo satisfactorio que pueda explicar los resultados obtenidos en diversos experimentos evolucionó a lo largo del tiempo, según las características de las fuentes de luz empleadas como así también el cambio de las técnicas de fabricación de nuevas guías de onda [20].

Como cualquier modelo de propagación de ondas electromagnéticas, el punto de partida son las ecuaciones de Maxwell descritas en las Ecs. 2.1-2.4. Por ejemplo, el uso directo de las ecuaciones de Maxwell para modelar el espectro en un experimento de SCG usando una PCF fue realizado por Husakou y Herrmann [64]. Sin embargo, ese enfoque no contemplaba la respuesta Raman del medio, por lo que la mayoría de los estudios ulteriores se basaron en una ecuación de propagación para la envolvente del campo eléctrico en la que la respuesta Raman se incorporaba de manera directa [39].

Una ecuación de propagación que modela la evolución de la envolvente de pulsos ópticos en una guía de onda puede derivarse de simplificaciones analíticas de las ecuaciones de Max-

well. Bajo las hipótesis de guía de onda monomodo y unidireccional, el trabajo de Kodama y Hasegawa [65] proporcionó una descripción exhaustiva del procedimiento involucrado, con numerosas referencias a las primeras derivaciones de la bien conocida ecuación no lineal de Schrödinger (NLSE, por su sigla en inglés). Continuando con esa línea de trabajo, Kodama y Hasegawa desarrollaron una importante NLSE generalizada (GNLSE) que incluía los efectos de la dispersión cromática de orden superior, como así también el SRS. Posteriormente, Blow y Wood [66] y Mamyshev y Chernikov [67] derivaron una ecuación de propagación escalar aún más general donde se incorporó el efecto del self-steepening, relacionado con la derivada temporal del término no lineal de la ecuación. En particular, la ecuación de derivaron Blow y Wood describe cuantitativamente los resultados obtenidos en experimentos de SCG de manera satisfactoria. No se realizará aquí una derivación completa de la GNLSE, que puede encontrarse en la Ref. [39]. La GNLSE involucra no solo los procesos no lineales mencionados anteriormente, sino también procesos como la dispersión cromática, la automodulación de fase (SPM), la “modulación de fase cruzada” (XPM, por su sigla en inglés) y el self-steepening. El primero es un efecto lineal, mientras que el resto son efectos no lineales. A continuación, se dará una sucinta descripción de la GNLSE y, posteriormente, se analizarán los efectos recientemente mencionados por separado a partir de la ecuación.

### 2.7.1. Descripción de la GNLSE

Una descripción detallada sobre la validez de la GNLSE puede encontrarse en las Refs. [39, 68–70]. Se esbozarán simplemente las ideas para su derivación y se detallarán los efectos predominantes. Consideremos un campo eléctrico con una polarización dada, por ejemplo, en la dirección  $\hat{x}$  [20]

$$E(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \{ E(x, y, z, t) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.} \}. \quad (2.69)$$

Tomando la transformada de Fourier y haciendo separación de variables, el campo eléctrico puede escribirse como

$$\tilde{E}(x, y, z, \omega) = F(x, y, \omega) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z}, \quad (2.70)$$

donde  $\tilde{A}(z, \omega)$  es la envolvente compleja,  $\omega_0$  y  $\beta_0$  son la frecuencia central y el número de onda a esa frecuencia, respectivamente, mientras que  $F(x, y, \omega)$  es la distribución modal transversal, cuya área efectiva se define como

$$A_{\text{eff}}(\omega) = \frac{\left( \iint_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y, \omega)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y, \omega)|^4 dx dy}. \quad (2.71)$$

Como se mencionó anteriormente, se trabajará con guías de onda monomodo; la distribución modal del campo queda confinada dentro del área efectiva,  $A_{\text{eff}}$ . En el dominio del tiempo,



la envolvente es

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i(\omega - \omega_0)t} d\omega. \quad (2.72)$$

La GNLSE es precisamente una ecuación de evolución para la envolvente  $A(z, t)$ , escrita en el sistema comóvil a la velocidad de grupo  $v_g$ , con la transformación temporal dada por  $T = t - v_g^{-1}z$ , y se escribe como [20]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2}A - \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial T^k} = \left( i\gamma_0 - \frac{\gamma_0}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \times \left( A(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right). \quad (2.73)$$

El miembro izquierdo de la Ec. 2.73 se corresponde con la parte lineal de la evolución, donde  $\alpha$  es la atenuación lineal, medida en  $\text{m}^{-1}$ , y  $\beta_k$  son los coeficientes en el desarrollo en serie de Taylor de la relación de dispersión,  $\beta(\omega)$ , alrededor de  $\omega_0$ . Por supuesto, en la Ec. 2.73 se podría reemplazar el desarrollo en serie de Taylor por una medición de  $\beta(\omega)$  de la guía de onda en cuestión. El coeficiente  $\alpha$  tiene en cuenta las pérdidas por scattering de Rayleigh y aquellas debido a la absorción de fotones de los constituyentes de la guía de onda [39]. Debido a que se supondrá que las distancias de propagación son mucho menores a  $\alpha^{-1}$ , no se tendrá en cuenta los efectos de la atenuación. El miembro derecho de la Ec. 2.73 modela la parte no lineal de la evolución, donde

$$\gamma_0 = \frac{\omega_0 n_2(\omega_0)}{c A_{\text{eff}}}, \quad (2.74)$$

es el “coeficiente no lineal”,  $n_2$  es el índice de refracción no lineal definido en la Ec. 2.37 y  $A_{\text{eff}}$  el área efectiva, ambos evaluados en la frecuencia  $\omega_0$ . La Ec. 2.74 nos dice que a menor área efectiva, es decir, cuando más enfocado esté el campo, mayor coeficiente no lineal se tendrá. La respuesta del medio,  $R(t)$ , habitualmente se modela como

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t), \quad (2.75)$$

donde el primer término corresponde a la respuesta instantánea mientras que, el segundo, corresponde a la respuesta retardada Raman del medio. El factor  $f_R$  se conoce “como contribución fraccional de Raman” y tiene en cuenta la fracción de fotones a la frecuencia del pump que intervienen en el efecto Raman. Este efecto se caracteriza por una “ganancia Raman” definida como [34, 71, 72]

$$g_R(\Omega) = \frac{2f_R \omega_0 n_2(\omega_0)}{c} \text{Im} \{ \tilde{h}_R(\Omega) \}. \quad (2.76)$$

Finalmente, el término que contiene  $\omega_0^{-1}$  está relacionado con la dispersión no lineal que produce el denominado self-steepening, responsable del *shock* óptico de los pulsos [38, 73].

En general, la GNLSE se resuelve numéricamente. En el Apéndice A se describirá el método numérico denominado *Split-Step Fourier Method* que se empleó en esta tesis.

### 2.7.2. Dispersión cromática

Cuando una onda electromagnética interactúa con los electrones ligados de un dieléctrico, la respuesta de éste en general depende de la frecuencia óptica  $\omega$ . El origen de esta respuesta se corresponde con la dependencia del índice de refracción con la frecuencia,  $n_0(\omega)$ . En particular, la dispersión juega un rol crítico en la propagación de pulsos cortos en guías de onda. Esto ocurre porque un pulso puede ensancharse o comprimirse debido a que cada componente espectral se propaga con distinta velocidad dentro del medio. La dispersión en guías de onda puede ser descrita matemáticamente al expandir en series de Taylor el índice de refracción alrededor de una frecuencia central  $\omega_0$ . Se define el “perfil de dispersión” de una guía de onda como

$$\beta(\omega) := n(\omega)\omega/c. \quad (2.77)$$

En la literatura, el número de onda asociado a la dispersión cromática se suele representar con la letra  $\beta$ , para diferenciarse del vector  $\vec{k}$  que puede contener términos no lineales de la relación de dispersión. Al desarrollar la serie de Taylor alrededor de la frecuencia  $\omega_0$ , se obtiene

$$\beta(\omega) = \frac{n(\omega)\omega}{c} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{m!} (\omega - \omega_0)^m, \quad (2.78)$$

donde  $\beta_m = \left. \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right|_{\omega_0}$ . El coeficiente  $\beta_0$  está relacionado con el número de onda evaluado en la frecuencia central. El coeficiente  $\beta_1 = v_g^{-1}$  está relacionado con la velocidad de grupo de la envolvente y es la velocidad del sistema de referencia en el que se escribió la GNLSE.  $\beta_2$  se llama “dispersión de la velocidad de grupo”. En el caso en que  $\beta_2 > 0$  se dice que el régimen es “normal”, mientras que en el caso contrario se habla de régimen “anómalo”. En el régimen normal las longitudes de onda mayores viajan más rápido que las de menor longitud de onda, mientras que en el régimen anómalo ocurre lo contrario. En muchas guías de onda el perfil de dispersión es tal que se presentan ambos regímenes, por lo que hay una o más longitudes de dispersión para las que  $\beta_2 = 0$ . En tales frecuencias se dice que existe un “cero de dispersión” (ZDW, por su sigla en inglés). Con frecuencia, los fabricantes de guías de onda proporcionan los valores de dispersión en términos del “parámetro de dispersión”,  $D$ , que se define como

$$D(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2, \quad (2.79)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz. Habitualmente,  $D$  se expresa en unidades de  $\text{ps km}^{-1} \text{nm}^{-1}$ . Consideremos el caso de una guía de onda en la que solamente hay  $\beta_2$ . La Ec. 2.73 adopta la

forma

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2}, \quad (2.80)$$

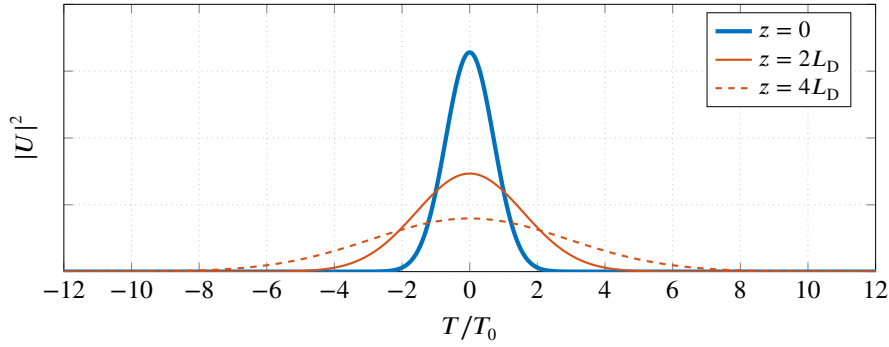
y para ilustrar esto consideremos que el campo de entrada es un pulso gaussiano de la forma

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} e^{-\frac{T^2}{2T_0^2}}, \quad (2.81)$$

donde  $P_0$  es la potencia y  $T_0$  es el semiancho (el punto de intensidad  $1/e$ ). Escribiendo la Ec. 2.80 en términos de unidades normalizadas se tiene que

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -i \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}, \quad (2.82)$$

donde  $U = A/\sqrt{P_0}$  es la amplitud normalizada,  $\tau = T/T_0$  el tiempo normalizado y  $L_D = T_0^2/|\beta_2|$  es la denominada “longitud de dispersión”, que proporciona una escala en la que los efectos dispersivos se vuelven apreciables a lo largo de la evolución del pulso. En la Fig. 2.8 se muestra en el dominio del tiempo un pulso que se propagó una distancia  $z = 4L_D$ . Debido a que el proceso de dispersión cromática es lineal, las componentes espectrales no varían y, por lo tanto, su espectro no cambia.



**Figura 2.8:** efecto de la dispersión cromática del índice de refracción sobre un pulso gaussiano que se propaga en una guía de onda. Los parámetros son  $\beta_2 = 1 \text{ ps}^2\text{km}^{-1}$  y  $T_0 = 100 \text{ fs}$ .

### 2.7.3. Automodulación de fase y modulación de fase cruzada

Los efectos de SPM, XPM y FWM tienen un origen común, que puede mostrarse matemáticamente al considerar la interacción de dos campos eléctricos. En tal caso, el campo eléctrico total puede escribirse como

$$E(r, t) = \frac{1}{2} [E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t}] + \text{c.c.} \quad (2.83)$$

Reemplazando la Ec. 2.83 en la 2.10, se producen una variedad de términos en la polarización no lineal:

$$P^{\text{NL}}(\omega_1) \propto (|E_1|^2 + 2|E_2|^2)E_1 \quad (2.84)$$

y

$$P^{\text{NL}}(\omega_2) \propto (|E_2|^2 + 2|E_1|^2)E_2 \quad (2.85)$$

contienen SPM en el primer término y XPM en el segundo, mientras que

$$P^{\text{NL}}(2\omega_1 - \omega_2) \propto E_1^2 E_2^* \quad (2.86)$$

y

$$P^{\text{NL}}(2\omega_2 - \omega_1) \propto E_2^2 E_1^* \quad (2.87)$$

representan los términos de FWM.

El efecto de SPM es una manifestación de la dependencia con la intensidad del índice de refracción, mostrada en la Sección 2.5. Este fenómeno conduce a un ensanchamiento espectral (se generan nuevas frecuencias), mientras en el dominio del tiempo el pulso no cambia.

Consideremos el caso de una guía de onda en la que solamente hay  $\gamma_0$  y el campo de entrada es idéntico al de la Ec. 2.81. En unidades normalizadas, la Ec. 2.73 adopta la forma

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i \frac{1}{L_{\text{NL}}} |U|^2 U, \quad (2.88)$$

donde la “longitud no lineal”, definida como

$$L_{\text{NL}} = (P_0 \gamma_0)^{-1}, \quad (2.89)$$

es una longitud característica para los procesos no lineales, mientras que  $\gamma_0$  está relacionado con  $n_2$  tal como se mostró en la Ec. 2.74 y  $P_0$  es la potencia pico del pulso. La Ec. 2.88 puede resolverse al proponer un *ansatz* del tipo  $U = V \exp(i\phi^{\text{NL}})$ . Reemplazando el *ansatz* en la Ec. 2.88 y separando en sus partes real e imaginaria, se obtiene que

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \phi^{\text{NL}}}{\partial z} &= \frac{V^2}{L_{\text{NL}}}. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Puede observarse la similitud entre las Ecs. 2.32 y 2.90. Dado que la amplitud  $V$  no cambia a lo largo de la propagación, la solución general es

$$U(z, T) = U(0, T) e^{i\phi^{\text{NL}}(z, T)}, \quad (2.91)$$

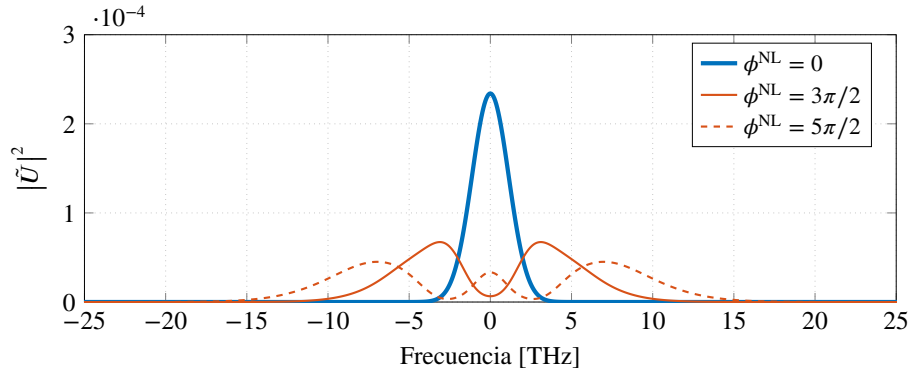
donde la fase no lineal es

$$\phi^{\text{NL}}(z, T) = \frac{z}{L_{\text{NL}}} |U(0, T)|^2. \quad (2.92)$$

El espectro del campo a la distancia  $z$  es

$$|\tilde{U}(z, \omega)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) e^{i\phi^{\text{NL}}(z, T) + i(\omega - \omega_0)T} dT \right|^2. \quad (2.93)$$

Como puede observarse, el espectro es dependiente de la forma del pulso a la entrada de la guía de onda. En la Fig. 2.9 se muestra la evolución del espectro del campo de la Ec. 2.81 para distintas fases no lineales, donde se manifiesta el ensanchamiento del mismo conforme aumenta la distancia de propagación.



**Figura 2.9:** efecto del SPM sobre la evolución del espectro de un pulso gaussiano. Los parámetros son  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  y  $T_0 = 100 \text{ fs}$ .

Por otra parte, el efecto de XPM es similar al de SPM pero involucra dos campos en vez de uno [74]. En XPM, la intensidad de uno de los campos da como resultado una modulación de la fase en el otro. Al igual que en la SPM, la modulación en fase se traduce en un ensanchamiento del espectro. Sin embargo, debido a que la intensidad total es proporcional al cuadrado de la suma de los campos, el ensanchamiento espectral causado por XPM contiene un factor 2, de modo que si el índice de refracción es

$$n = n_0 + n_2 |E_1 + E_2|^2, \quad (2.94)$$

la fase no lineal del campo 1 es

$$\phi_{\omega_1}^{\text{NL}} = \frac{2\pi n_2}{\lambda A_{\text{eff}}} \left[ |E_1|^2 + 2 |E_2|^2 \right]. \quad (2.95)$$

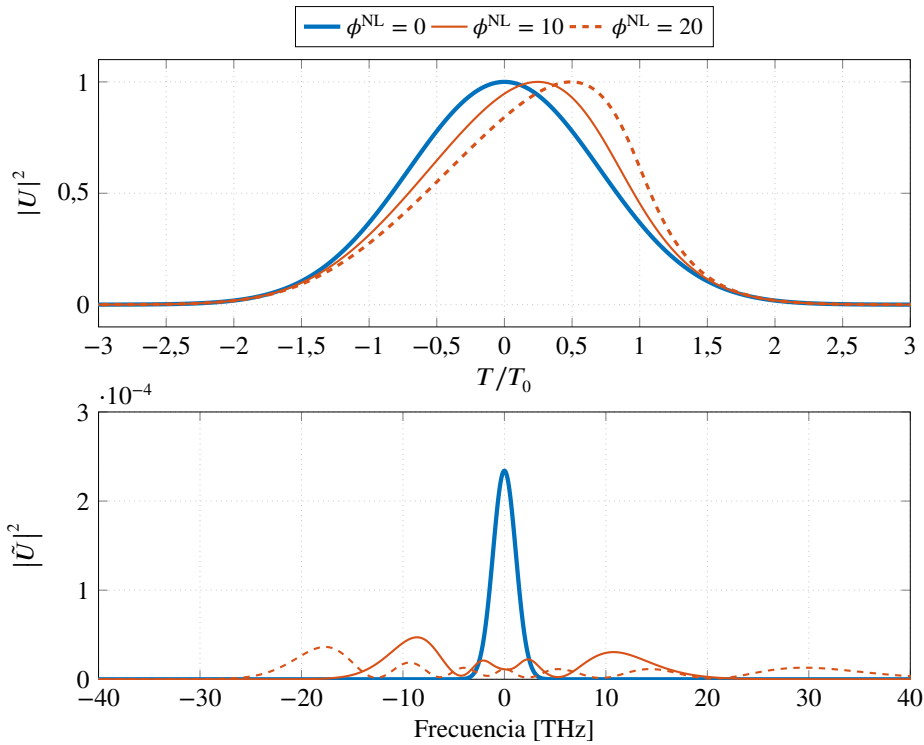
La Ec. 2.95 dice que si el campo 1 tiene una amplitud relativamente pequeña respecto del campo 2, la fase no lineal acumulada se deberá a la XPM con el campo 2.

### 2.7.4. Self-steepening

El self-steepening es el resultado de la dependencia de la velocidad de grupo con la intensidad [38], y conduce a una asimetría en el espectro ensanchado por SPM de pulsos cortos [75]. Consideremos, nuevamente, la Ec. 2.73 con  $\beta_k = 0$  para todo  $k \geq 2$  y  $f_R = 0$  (sin SRS), y un pulso gaussiano como campo incidente. En unidades normalizadas se obtiene que

$$\frac{\partial U}{\partial z} + s \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) = i |U|^2 U, \quad (2.96)$$

donde  $s = 1/(\omega_0 T_0)$  se denomina “parámetro de self-steepening”. La Ec. 2.96 puede resolverse con un procedimiento análogo al de la Ec. 2.88. En la Fig. 2.10 se muestra la evolución de un pulso gaussiano bajo la acción de la Ec. 2.96, en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente.



**Figura 2.10:** evolución en el dominio del tiempo y de la frecuencia para un pulso gaussiano teniendo en cuenta solo el efecto del self-steepening. Los parámetros de la simulación son  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $T_0 = 100 \text{ fs}$ ,  $P_0 = 1 \text{ W}$  y  $\lambda_0 = 5 \text{ }\mu\text{m}$ .

Como puede observarse, en el dominio del tiempo, la velocidad del pico es mayor que la de las colas. Este efecto es provocado por la dependencia de la velocidad de grupo con la intensidad, se conoce como shock óptico y es análogo al shock que sufren las ondas acústicas [38]. La distancia a la que se forma el shock óptico depende de la forma del pulso y ocurre cuando la derivada de la intensidad tiende a infinito. En general, la distancia característica de

self-steepening se define como [76]

$$L_{ss} = \sigma \frac{L_{NL}}{s}, \quad (2.97)$$

donde la constante  $\sigma$  depende de la forma del pulso. Por ejemplo, para pulsos gaussianos,  $\sigma \approx 0,39$ , mientras que para pulsos del tipo secante hiperbólica se tiene que  $\sigma \approx 0,43$  [39].

## 2.8. Inestabilidad modulacional

La inestabilidad modulacional (MI, por su sigla en inglés) es un fenómeno en el que un medio no lineal perturba un estado estacionario, dando lugar a la generación de bandas laterales espectrales y a una ruptura de un campo CW en un tren de pulsos [77, 78]. También se la conoce como inestabilidad de Benjamin-Feir, quienes por primera vez descubrieron y modelaron este fenómeno al estudiar ondas de gravedad en aguas profundas en 1967 [79, 80]. Para visualizar esto, se plantea la GNLSE en donde solo se consideran  $\beta_2$  y  $\gamma_0$ . Bajo estas circunstancias, se obtiene la bien conocida NLSE

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i \gamma_0 |A|^2 A. \quad (2.98)$$

La solución estacionaria para un campo de entrada CW con potencia  $P_0$  es

$$A = \sqrt{P_0} e^{i\phi^{NL}}, \quad (2.99)$$

donde  $P_0$  es la potencia incidente y  $\phi^{NL} = P_0 \gamma_0 z$  es la fase no lineal. La solución de la Ec. 2.99 dice que el campo óptico se propagará invariante a menos de una fase dependiente de la potencia. Se propone realizar una perturbación  $\epsilon(z, t)$  al estado estacionario de la Ec. 2.99 tal que

$$A = \left( \sqrt{P_0} + \epsilon(z, t) \right) e^{i\phi^{NL}}. \quad (2.100)$$

Sustituyendo 2.100 en 2.98 y linealizando en  $\epsilon$  se obtiene una ecuación de propagación para la perturbación

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial T^2} + i \gamma_0 P_0 (\epsilon + \epsilon^*), \quad (2.101)$$

cuya solución es de la forma

$$\epsilon(z, T) = \epsilon_1 e^{i(Kz - \Omega T)} + \epsilon_2 e^{-i(Kz - \Omega T)}, \quad (2.102)$$

donde  $K$  y  $\Omega$  son el número de onda y la frecuencia relativa de la perturbación, con  $\Omega = \omega_0 - \omega$ , mientras que  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son constantes que dependen de las condiciones iniciales. Puede

mostrarse que la relación de dispersión viene dada por [39]

$$K_{1,2}(\Omega) = \pm \sqrt{\beta_2^2 \Omega^4 + 4P_0 \gamma_0 \beta_2 \Omega^2}, \quad (2.103)$$

lo cual exige que, para que exista un crecimiento exponencial, el discriminante de la raíz cuadrada sea negativo, de modo que

$$\beta_2^2 \Omega^4 + 4P_0 \gamma_0 \beta_2 \Omega^2 < 0; \quad (2.104)$$

en caso contrario, la perturbación tendrá oscilaciones alrededor de la solución no perturbada. La Ec. 2.104 implica que habrá crecimiento exponencial de la perturbación solamente cuando se verifique que

$$\Omega^2 < -\frac{4P_0 \gamma_0}{\beta_2}, \quad (2.105)$$

que ocurre solamente en el régimen anómalo con  $\beta_2 < 0$ . A menos que se indique lo contrario, se considerará que  $\gamma_0 > 0$ .

### 2.8.1. Ganancia de MI

La Ec. 2.105 impone una cota par las frecuencias en las que se observa un crecimiento exponencial. Eso motiva la definición de una región en la que las perturbaciones crezcan exponencialmente. En vistas de la Ec. 2.103, se define la ganancia de MI como

$$g_{\text{MI}} = -2 \max \{ \text{Im} \{ K_1(\Omega) \}, \text{Im} \{ K_2(\Omega) \}, 0 \}, \quad (2.106)$$

donde el factor 2 corresponde a una ganancia en potencia. En función de esto, la ganancia es

$$g_{\text{MI}}(\Omega) = |\beta_2 \Omega| \sqrt{\Omega_C^2 - \Omega^2}, \quad (2.107)$$

donde se define la frecuencia de corte como

$$\Omega_C^2 = \frac{4P_0 \gamma_0}{|\beta_2|}. \quad (2.108)$$

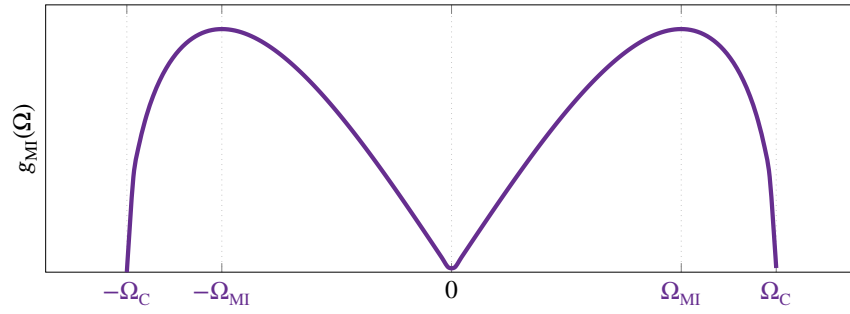
La frecuencia a la que la ganancia alcanza su máximo valor se denomina “frecuencia de MI”,  $\Omega_{\text{MI}}$ , y está definida como

$$\Omega_{\text{MI}}^2 = \frac{2P_0 \gamma_0}{|\beta_2|}. \quad (2.109)$$

En la Fig. 2.11 se muestra un perfil de ganancia de MI donde se destacan las frecuencias de MI y de corte.

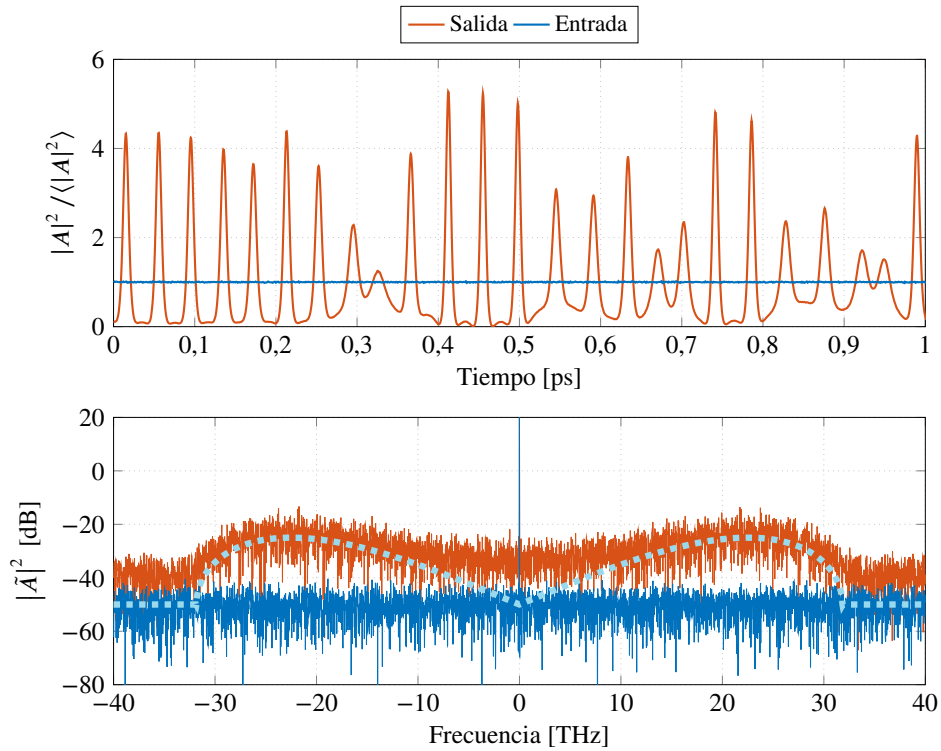
Para ver el efecto que tiene la ganancia de MI sobre el campo eléctrico, se considerará en la entrada de la guía de onda un campo compuesto por un pump CW y ruido blanco





**Figura 2.11:** perfil de ganancia de MI.

circularmente gaussiano. En la Fig. 2.12 se muestran los campos de entrada y salida, en el dominio del tiempo, donde se realizó una simulación de la Ec. 2.98 con  $\beta_2 = -1 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  y  $P_0 = 100 \text{ W}$ .



**Figura 2.12:** resultado de una realización para la evolución de un campo compuesto por una CW y ruido. (Panel superior) El estado continuo se vuelve inestable y se genera un tren de pulsos cuya frecuencia está relacionada con  $\Omega_{\text{MI}}$ . (Panel inferior) El ruido crece de forma simétrica en las bandas laterales de la frecuencia central. En línea punteada se muestra el perfil de ganancia de MI ajustado para que coincida con el campo de salida.

Como puede observarse, en el dominio del tiempo el pump CW es inestable y da lugar a un tren de pulsos cuyo período es  $T_m = 2\pi/\Omega_{\text{MI}}$ . La intensidad de los campos fue normalizada por su valor medio temporal,  $\langle |A|^2 \rangle$ . A partir de la Ec. 2.109 puede calcularse el período con  $\Omega_{\text{MI}} = 2\pi \times 22,5 \text{ THz}$ , con la que se obtiene una tasa de repetición  $\sim 44,4 \text{ fs}$ . En el dominio de la frecuencia se observa cómo los lóbulos laterales crecen de manera simétrica, copiando la forma de la  $g_{\text{MI}}$ . La relación señal a ruido (SNR, por su sigla en inglés) es 40 dB,

mientras que la distancia propagada es  $L = 8L_{\text{MI}}$ , donde se definió

$$L_{\text{MI}} = \left[ \max_{\Omega} \{g_{\text{MI}}(\Omega)\} \right]^{-1}. \quad (2.110)$$

El modelo de MI expuesto en las Ecs. 2.103 y 2.106 incluye únicamente la dispersión cromática y el efecto Kerr. Observando estas ecuaciones, conforme aumenta la potencia del pump las frecuencias de MI y de corte no presentan, en principio, ninguna restricción. Sin embargo, la inclusión del efecto de self-steepening impone restricciones a este comportamiento, evitando situaciones físicamente incorrectas como por ejemplo tener ganancia de MI en frecuencias negativas. Esto será tratado en el próximo capítulo al contemplar un modelo completo de MI que incorpora los efectos de self-steepening y el SRS.

Para finalizar, en este capítulo se delinearon los aspectos esenciales de la óptica no lineal que sientan las bases para describir los resultados tratados en los próximos capítulos. La GNLSE describe la evolución de campos ópticos en medios no lineales y contiene el efecto Kerr, el efecto del self-steepening y el SRS. En el caso de la MI, es importante destacar que el crecimiento de ruido en las bandas laterales permite conocer la dinámica subyacente en la propagación de luz en una guía de onda. En la Fig. 2.12 se mostró una realización de ruido para la evolución del campo. Sin embargo, es menester aclarar que en la mayoría de los casos este tipo de evolución se representa mediante un promedio de realizaciones, tal como se verá más adelante. Este tipo de análisis es recurrente a lo largo de toda la tesis.

# Capítulo 3

## Ganancia de MI en el infrarrojo medio

*“La victoria pertenece a los más perseverantes”.*

— Napoleón Bonaparte

### 3.1. Introducción

La inestabilidad modulacional (MI) juega un rol fundamental en los procesos ópticos paramétricos cuya eficiencia permite la generación de luz intensa y coherente en varios rangos espectrales. En los últimos años, fenómenos no lineales como la generación de supercontinuo [81, 82] y *rogue waves* [83–88] han reavivado el interés en MI en fibras ópticas.

Modelos completos de MI en guías de onda [89, 90] se pueden utilizar para analizar la interacción compleja entre la dispersión de orden superior, SRS y self-steepening. En particular, Shukla y Rasmussen [91] mostraron que existe una potencia del pump que maximiza la ganancia de MI. Por otra parte, De Angelis *et al.* [92] demostraron que hay una potencia de *cutoff*, provocada por el self-steepening, por encima de la cual desaparece la  $g_{\text{MI}}$ . Esto motiva la idea de explorar la región donde la  $g_{\text{MI}}$  se suprime, pero incluyendo el SRS. Para realizar este análisis, en primer lugar se caracterizará numéricamente la respuesta Raman de la guía de onda. Eso puede llevarse a cabo al estudiar la propagación de un pump intenso CW con ruido, tal como se mostró en la Fig. 2.12. El ruido de banda ancha y baja amplitud, un caso real en el que se tiene en cuenta la relación señal a ruido (SNR) finita del pump, presenta componentes espectrales en todas las frecuencias dentro de la ventana de interés. Esto propicia interacciones no lineales entre el pump y todas esas frecuencias. En consecuencia, la forma en la que el ruido crece proporciona información sobre las características de la guía de onda. De hecho, este tipo de análisis se realizará no solo para estudiar la respuesta Raman de la guía de onda, sino también para conocer cómo es la  $g_{\text{MI}}$ . Cabe aclarar que este tipo de análisis es válido cuando se considera que la intensidad del pump puede aproximarse como constante a lo largo de la propagación. Tal aproximación se conoce como *undepleted pump*,

por su nombre en inglés.

En el caso del régimen de dispersión normal ( $\beta_2 > 0$ ) no hay ganancia de MI, por lo que la incorporación de un pump CW con ruido solamente experimentará el SRS. En tal caso, el ruido crecerá en la región donde el medio presenta ganancia Raman. Sin embargo, en el régimen de dispersión anómala ( $\beta_2 < 0$ ) el medio proporciona  $g_{\text{MI}}$ , de modo que el ruido crecerá en toda la región espectral de la ganancia. Debido a que la inclusión de self-steepening impone una potencia de cutoff,  $P_{\text{co}}$ , la ganancia de MI desaparece para una potencia de pump  $P_0 > P_{\text{co}}$ . Con la incorporación de SRS la  $g_{\text{MI}}$  adopta una forma similar a la ganancia Raman más allá de la potencia de cutoff. Más aún, se observa una “ganancia sintonizable” con la potencia: la frecuencia del máximo de la  $g_{\text{MI}}$  depende de la potencia del pump. Para subrayar esta observación, se proporcionan resultados analíticos y simulaciones numéricas, ambos en excelente acuerdo. Como se explicará más adelante, se espera que este efecto sea más evidente en las guías de ondas en el rango espectral del infrarrojo medio donde el self-steepening tiene mayor incidencia. Se tendrán en cuenta guías de onda fabricadas de materiales cuyos coeficientes no lineales son varios órdenes de magnitud mayores al del  $\text{SiO}_2$  y cuya región de transparencia se encuentra en dicho rango espectral, como es el caso de los vidrios calcogenuros [25]. En este sentido, esta ganancia Raman sintonizable puede encontrar aplicación en los láseres de fibra en el infrarrojo medio [93, 94] y la generación de supercontinuo. Los resultados de este análisis fueron publicados en la Ref. [95].

### 3.2. Modelo completo para la $g_{\text{MI}}$

Cuando se tienen en cuenta los efectos de dispersión de orden superior, SRS y self-steepening, un análisis de estabilidad lineal análogo al descrito en la Sección 2.8.1 para encontrar la  $g_{\text{MI}}$  conduce a [96, 97]

$$g_{\text{MI}} = -2 \max \{ \text{Im} \{ K_1(\Omega) \}, \text{Im} \{ K_2(\Omega) \}, 0 \}, \quad (3.1)$$

donde  $\Omega = \omega - \omega_0$  es la frecuencia relativa a la del pump. La relación de dispersión completa es

$$K_{1,2}(\Omega) = \tilde{\beta}_o + P_0 \gamma_0 \omega_0^{-1} \Omega (1 + \tilde{R}) \pm \sqrt{(\tilde{\beta}_e + 2\gamma_0 P_0 \tilde{R}) \tilde{\beta}_e + P_0^2 \gamma_0^2 \omega_0^{-2} \Omega^2 \tilde{R}^2}, \quad (3.2)$$

donde los operadores de dispersión par e impar se definen como

$$\tilde{\beta}_e = \sum_{n \geq 1} \frac{\beta_{2n}}{(2n)!} \Omega^{2n} \quad (3.3)$$

y

$$\tilde{\beta}_o = \sum_{n \geq 1} \frac{\beta_{2n+1}}{(2n+1)!} \Omega^{2n+1}, \quad (3.4)$$

respectivamente. La frecuencia central es  $\omega_0$ , mientras que  $\tilde{R}$  es la respuesta Raman del medio en el dominio de la frecuencia, y proviene del cálculo de la transformada de Fourier de la Ec. 2.75 es

$$\tilde{R}(\Omega) = \mathcal{F}\{R(t)\} = 1 - f_R + f_R \tilde{h}_R(\Omega). \quad (3.5)$$

Es habitual encontrar en la bibliografía que la respuesta Raman se modele mediante la aproximación de oscilador amortiguado, en vez de utilizar una medición. Esta aproximación implica que el medio es resonante en una frecuencia. La respuesta retardada  $h_R(t)$  está caracterizada por las constantes de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , y está dada por [39]

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right) \Theta(t), \quad (3.6)$$

donde  $\Theta(t)$  es la función escalón unitario. Tomando la transformada de Fourier se obtiene

$$\tilde{h}_R(\Omega) = \mathcal{F}\{h_R(t)\} = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_2^2 + \tau_1^2 (1 - i\Omega\tau_2)^2}. \quad (3.7)$$

Separando a  $\tilde{h}_R(\Omega)$  en sus partes real e imaginaria se tiene que

$$\tilde{h}_R(\Omega) = \frac{\omega_1^2 (\omega_1^2 - \Omega^2)}{(\omega_1^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\omega_2)^2} + i \frac{2\Omega\omega_2\omega_1^2}{(\omega_1^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\omega_2)^2}, \quad (3.8)$$

donde  $\omega_1^2 = (\tau_1^2 + \tau_2^2) / (\tau_1^2 \tau_2^2)$  y  $\omega_2 = \tau_2^{-1}$ . Obsérvese la equivalencia entre las Ecs. 3.8 y 2.65. Se trabajará en el régimen anómalo ( $\beta_2 < 0$ ), mientras que los términos de dispersión de orden superior serán despreciados ( $\beta_k = 0$ , con  $k > 2$ ) y se tendrán en cuenta los efectos de self-steepening y SRS. En consecuencia, la Ec. 3.2 se convierte en

$$K_{1,2}(\Omega) = \gamma_0 P_0 \omega_0^{-1} \Omega (1 + \tilde{R}) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + 2\gamma_0 P_0 \tilde{R}\right) \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + (\gamma_0 P_0 \omega_0^{-1} \Omega \tilde{R})^2}. \quad (3.9)$$

En ausencia de SRS ( $f_R = 0$ , y en consecuencia,  $\tilde{R} = 1$ ), el efecto de self-steepening impone una potencia de corte,  $P_{\text{co}}$ , por encima de la cual la ganancia de MI es suprimida [92, 98]. Más precisamente, a partir de cierta potencia el discriminante de la raíz cuadrada de la Ec. 3.9 se vuelve positivo. Por lo tanto, cuando los términos de orden superior no son considerados, la potencia de corte es

$$P_{\text{co}} = \frac{|\beta_2| \omega_0^2}{\gamma_0}. \quad (3.10)$$

Definimos la potencia normalizada como  $p = P_0 / P_{\text{co}}$ , de modo tal que no habrá ganancia de MI para  $p > 1$  cuando  $f_R = 0$ . Reescribiendo la Ec. 3.9 en términos la potencia normalizada

se obtiene

$$K_{1,2}(\Omega, p) = p\omega_0|\beta_2|\Omega(1 + \tilde{R}) \pm |\beta_2|\Omega\sqrt{\frac{\Omega^2}{4} - p\tilde{R}\omega_0^2 + p^2\tilde{R}^2\omega_0^2}, \quad (3.11)$$

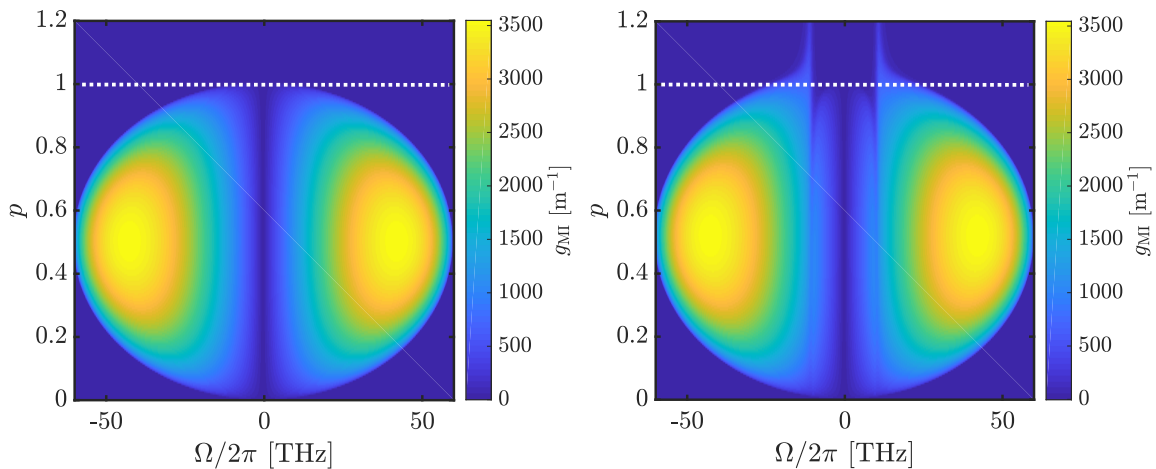
con lo cual la ganancia dependiente de la frecuencia y de la potencia normalizada es

$$g_{\text{MI}}(\Omega, p) = -2 \max \{ \text{Im} \{ K_1(\Omega, p) \}, \text{Im} \{ K_2(\Omega, p) \}, 0 \}. \quad (3.12)$$

Debido a que  $P_{\text{co}}$  decrece conforme  $\gamma_0$  y  $\lambda_0$  aumentan, es de esperarse que el efecto de corte de MI sea más relevante para guías de onda con alta no linealidad y a mayores longitudes de onda. Por este motivo, se utilizaron parámetros de medios no lineales consistentes con guías de onda fabricadas de vidrios calcogenuros. Éstos tienen un bajo coeficiente de absorción en el infrarrojo medio y un coeficiente no lineal hasta mil veces mayor que el de la fibra estándar de  $\text{SiO}_2$  [25]. Por ejemplo, en la Ref. [99] se fabricó una fibra de calcogenuro cuya composición es  $\text{As}_{40}\text{Se}_{60}$ . En ese trabajo se midió, entre otras cosas, la región de transparencia de la guía de onda, comprendida entre 3,5 y 9,5  $\mu\text{m}$ , aproximadamente. Los valores de atenuación en tal rango resultaron ser  $\approx 2$  dB/m. Otros calcogenuros, basados en telurio, pueden alcanzar una región de transparencia hasta 20  $\mu\text{m}$  [100, 101]. También, en esta región del espectro electromagnético, los calcogenuros pueden presentar uno o más ZDW, con lo cual es posible trabajar en ambos regímenes de dispersión [101, 102].

### 3.3. Ganancia sintonizable

El efecto del corte de MI está detallado en la Fig. 3.1 para una longitud de onda  $\lambda_0 = 5$   $\mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -50$   $\text{ps}^2/\text{km}$  y  $\gamma_0 = 100$   $\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ . La respuesta Raman fue modelada con los valores

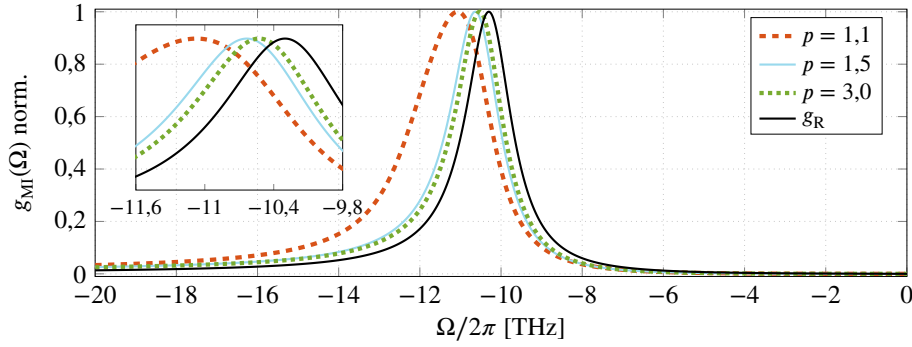


**Figura 3.1:**  $g_{\text{MI}}$  como función de  $\Omega$  y  $p$  para  $f_R = 0$  (izquierda) y  $f_R = 0,031$  (derecha).

de un calcogenuro basado en la Ref. [102], esto es,  $f_R = 0,031$ ,  $\tau_1 = 15,5$  fs y  $\tau_2 = 230,5$  fs.

Para  $p = 1$  se observa cómo la forma de la ganancia cambia drásticamente. Para el caso  $f_R = 0$  la ganancia desaparece, mientras que para  $f_R \neq 0$  adopta una forma de ganancia de banda angosta que, como se verá más adelante, presenta la forma de la ganancia Raman pero en ambas bandas, Stokes y anti-Stokes. La línea punteada blanca separa la región en donde ocurre el corte para  $p = 1$ .

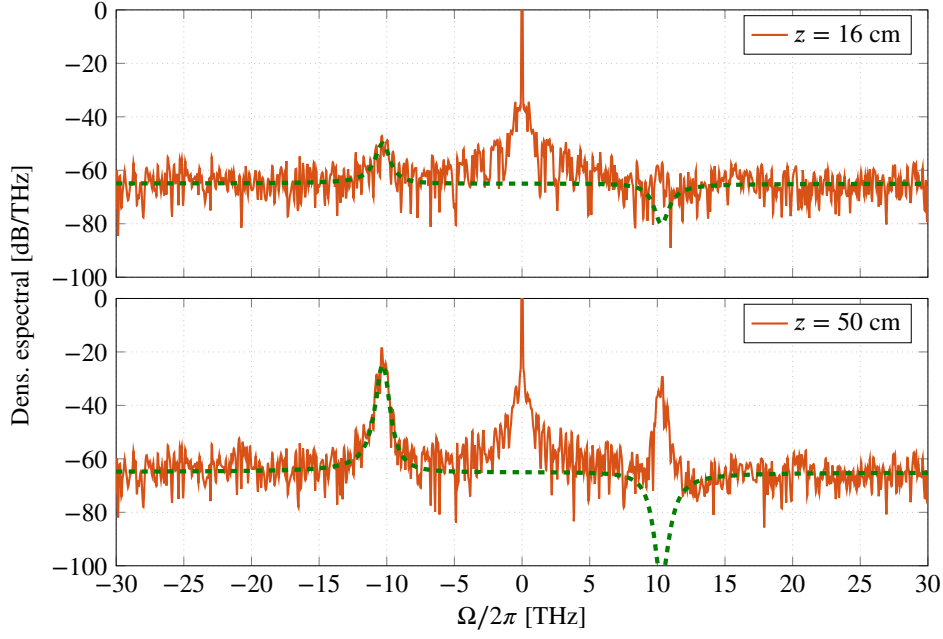
Se denominará “región dominada por Raman”, RdR, a la región donde  $p > 1$ . En la RdR la ganancia adopta una forma similar a la de Raman, pero cuyo máximo está desplazado del de la ganancia Raman una cierta frecuencia,  $\Delta f$ , que depende del valor de  $p$ . En la Fig. 3.2 se muestra el perfil de  $g_{MI}$  normalizada para diferentes valores de  $p$  en la RdR. También se muestra el perfil de la respuesta Raman,  $g_R$ . Puede verse que, conforme aumenta la potencia, las bandas de MI se parecen cada vez más a la ganancia Raman. Los parámetros de la simulación son los mismos que aquellos empleados en la Fig. 3.1.



**Figura 3.2:** perfil de ganancia de MI como función de la frecuencia, para diferentes valores de  $p$ , en la RdR. Dentro del gráfico se muestra la zona de los máximos donde se observa que el corrimiento es del orden del GHz.

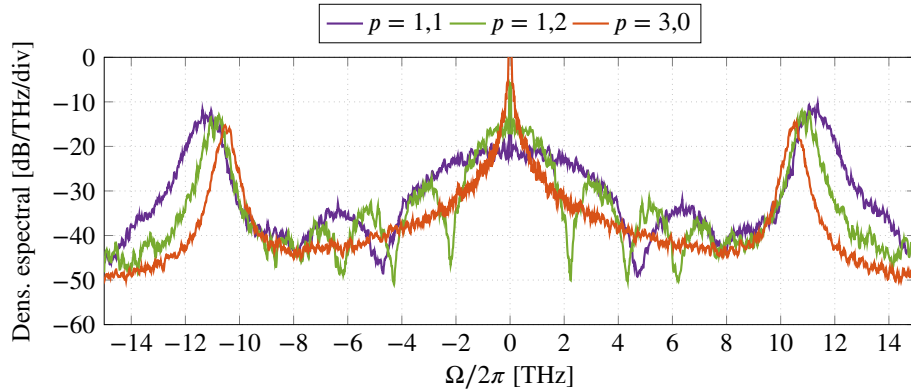
Para visualizar cómo la  $g_{MI}$  modifica un campo propagante, primero se mostrará cómo lo hace la  $g_R$  sobre un pump CW con ruido blanco. Para ello, se introduce en la entrada de la guía de onda un campo de la forma  $A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} + a(T)$ , donde  $a(T)$  es ruido blanco circularmente gaussiano correspondiente a una  $SNR = 40$  dB. El ruido tiene media nula y varianza tal que se verifique la SNR fijada. En consecuencia, la ganancia Raman mediará la interacción entre el pump intenso y todas las componentes espectrales del ruido, permitiendo el crecimiento en la banda Stokes. Esto se puede observar en la parte superior de la Fig. 3.3, en donde se muestra que en el inicio de la propagación el ruido crece en la banda Stokes para una realización de ruido. En la parte inferior de la figura se observa el final de la propagación, donde la interacción no lineal entre el pump y la banda Stokes da lugar a un crecimiento en la banda anti-Stokes. En línea punteada se muestra la  $g_R$  adaptada en amplitud. Las distancias se eligieron con el propósito de mostrar el crecimiento en ambas bandas, pero haciendo hincapié en la diferencia entre ambas. Los parámetros de la simulación son  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = 50 \text{ ps}^2/\text{km}$  (régimen normal),  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  y  $P_0 = 1 \text{ kW}$ .

A continuación, se procederá con un análisis similar cambiando los parámetros de la simulación con el propósito de conocer cómo la  $g_{MI}$  opera en la RdR. Por supuesto, se espera



**Figura 3.3:** propagación de un pump con ruido blanco a través de una guía de onda donde solo hay ganancia Raman. El campo incidente es de la forma  $A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} + a(T)$ , donde  $a(T)$  es ruido blanco circularmente gaussiano correspondiente a una SNR = 40 dB.

que el ruido crezca en la región donde el medio proporciona ganancia. En la Fig. 3.4 se muestra el promedio de 10 realizaciones para un pump CW con ruido blanco cuyas potencias normalizadas son  $p = 1,1, 1,2$  y  $3$ . Se eligió  $\lambda = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -1 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  y una SNR = 40 dB. La distancia propagada se definió en términos de la distancia de MI (ver Ec. 2.110).



**Figura 3.4:** evolución del espectro para tres potencias de pump diferentes en la RdR. La distancia propagada en cada caso es  $L = 3L_{\text{MI}}$ .

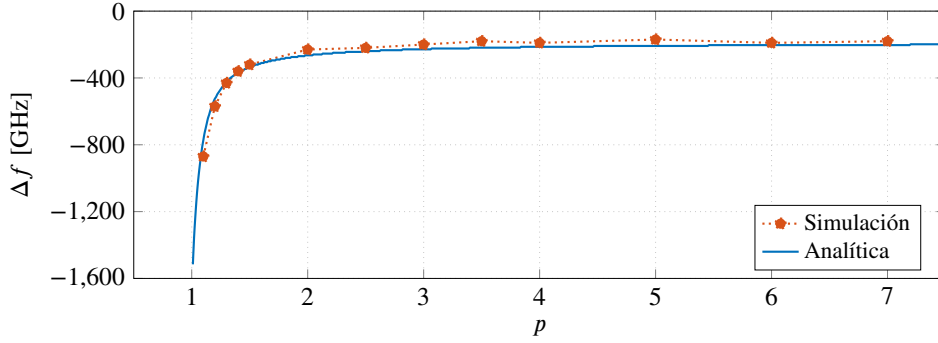
El ruido crece reproduciendo la forma de la  $g_{\text{MI}}$ , pero la frecuencia del máximo de las bandas queda determinada por la potencia del pump, es decir, para cada valor de  $p$ , la  $g_{\text{MI}}$  presenta un pico a una determinada frecuencia. Esto permite el control en la sintonía del pico con solo variar  $p$ . A través de una simple inspección numérica de la Ec. 3.12, se puede obtener una relación entre  $p$  y el corrimiento del pico de la  $g_{\text{MI}}$  respecto del de  $g_{\text{R}}$ . Este corrimiento



se define como

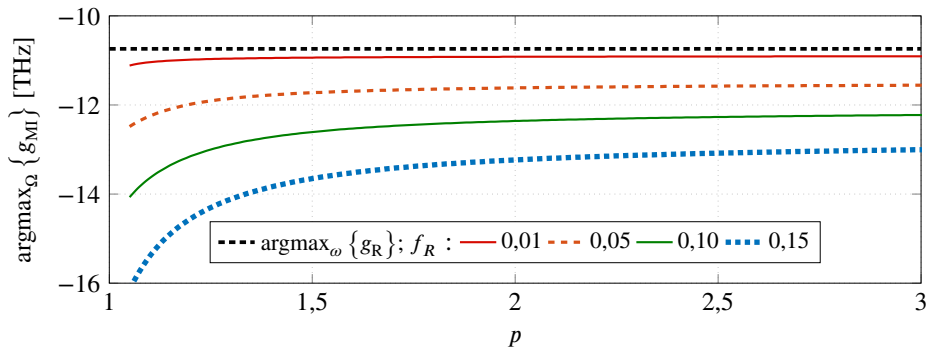
$$\Delta f(p) = \frac{1}{2\pi} \left( \operatorname{argmax}_{\Omega} \{g_{\text{MI}}(\Omega)\} - \operatorname{argmax}_{\Omega} \{g_{\text{R}}(\Omega)\} \right), \quad (3.13)$$

donde  $\operatorname{argmax}$  indica el valor de  $\Omega$  donde las ganancias alcanzan su valor máximo. En la Fig. 3.5 se muestra la comparación entre las simulaciones realizadas respecto a lo predicho por la Ec. 3.12.



**Figura 3.5:** dependencia del corrimiento del pico de  $g_{\text{MI}}$  respecto del de  $g_{\text{R}}$  en función de la potencia normalizada  $p$ .

Puede observarse que para valores de  $p$  próximos a 1 el comportamiento del máximo de  $g_{\text{MI}}$  es sensible a pequeñas variaciones de  $p$ , mientras que para valores mayores  $\Delta f$  alcanza una meseta. Cada valor de  $p$  corresponde al promedio de 50 realizaciones de ruido con una  $\text{SNR} = 40$  dB. Una consecuencia que se deduce de la Fig. 3.5 es que el pico alcanza un régimen asintótico conforme aumenta  $p$ . A partir de cierto valor de  $p$ ,  $\Delta f$  se mantiene casi invariante pero no es nulo; es decir, la posición del máximo de MI queda desplazada respecto de la de Raman. Este sesgo está relacionado con el valor de  $f_{\text{R}}$ , fenómeno que será discutido en el Capítulo 5. Para finalizar este capítulo se mostrará gráficamente cómo afecta el valor de  $f_{\text{R}}$  a la dependencia del pico de  $g_{\text{MI}}$  con la potencia. En la Fig. 3.6 se muestra una gráfica de la Ec. 3.12 para diferentes valores de  $f_{\text{R}}$ .



**Figura 3.6:** dependencia del corrimiento del pico de  $g_{\text{MI}}$  respecto del de  $g_{\text{R}}$  en función de la potencia normalizada  $p$ , para distintos valores de  $f_{\text{R}}$ . En línea negra horizontal se muestra el máximo de  $g_{\text{R}}$ .

De este resultado surge la idea de que materiales con mayor  $f_{\text{R}}$  presentan una mayor

sintonizabilidad. Al realizar algunas estimaciones, se encuentra, por ejemplo, que para  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$  y  $\beta_2 = -1 \text{ ps}^2/\text{km}$  se tiene una región de sintonía de aproximadamente  $6,40 - 6,82 \mu\text{m}$ , es decir  $\Delta\lambda_0 \approx 0,42 \mu\text{m}$ . Considerando a su vez materiales con alta no linealidad, como por ejemplo  $\gamma_0 = 10^4 - 10^5 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ , se obtiene una excursión de potencias  $15 - 45 \text{ W}$  y  $1,5 - 4,5 \text{ W}$ , respectivamente.

Lo novedoso de estos resultados es que en la RdR la ganancia que el medio proporciona tiene prácticamente la forma de la de Raman, salvo que está parametrizada por  $p$  y la sensibilidad en la sintonización es del orden de algunos GHz. Por otra parte, se mostró no solo que en la RdR la  $g_{\text{MI}}$  es similar a la respuesta Raman, pero en ambas bandas Stokes y anti-Stokes.

Cabe destacar que los resultados expuestos se corresponden con un análisis en donde el campo de entrada es un pump CW. Esto se debe a la relativa simplicidad de los cálculos analíticos. Sin embargo, un análisis para un pump *quasi-CW* (duración de pulsos 1-100 ns) sigue siendo válido ya que las ventanas temporales consideradas son de órdenes de magnitud menores. Bajo estas consideraciones, deberá tenerse en cuenta que los valores de la potencia del pump considerada corresponden a potencia pico.

## Capítulo 4

# Estimación de la contribución fraccional de Raman

*“El ejercicio de violencia física no es una aplicación de poder, sino una expresión de su fracaso”.*

— Byung-Chul Han

### 4.1. Introducción

En el capítulo anterior se mostró cómo interactúan los campos ópticos con los medios no lineales en la denominada región dominada por Raman (RdR). Para explicar la dinámica en dicha región se realizaron simulaciones donde el campo en la entrada está compuesto por un pump intenso y ruido blanco. El análisis se centró en la RdR estudiando la ganancia de inestabilidad modulacional,  $g_{\text{MI}}$ , y observando cómo las componentes espectrales del ruido crecen donde la  $g_{\text{MI}}$  es no nula. También se mencionó que la  $g_{\text{MI}}$  adopta una forma similar a la de Raman en la RdR, pero con un corrimiento en el pico dependiente de la potencia,  $p$ . Al aumentar  $p$ , la frecuencia a la que la  $g_{\text{MI}}$  alcanza el máximo,  $\Omega_{\text{MI}}$ , tiende asintóticamente a un determinado valor de frecuencia. Dicha frecuencia está sesgada respecto de la frecuencia Stokes de Raman. En este capítulo se muestra que ese sesgo,  $\Delta f$ , está relacionado con el valor de la contribución fraccional de Raman,  $f_R$ . Se obtiene una relación analítica que vincula a  $f_R$  con  $\Omega_{\text{MI}}$ , que posteriormente es contrastada con simulaciones basadas en una medición de la respuesta Raman de una fibra de calcogenuro de  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Esta manera de obtener el valor de  $f_R$  proporciona un método novedoso con un error relativo inferior a 10 %. Estos resultados se publicaron en la Ref. [103].

## 4.2. Motivación para la estimación de $f_R$

La respuesta Raman del medio se modela con dos respuestas: una debida a las transiciones electrónicas no resonantes, que puede considerarse instantánea y otra debida a la interacción del campo con los núcleos. En la Ec. 2.75 se mostró cómo se modela la respuesta en términos de estas dos respuestas

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t),$$

donde  $f_R$  es la contribución fraccional de Raman. La respuesta retardada de Raman,  $h_R(t)$ , puede estimarse a partir de mediciones [34, 71, 72] que la relacionan con la ganancia Raman,  $g_R$ , definida en la Ec. 2.76 como

$$g_R(\Omega) = \frac{2f_R\omega_0 n_2(\omega_0)}{c} \text{Im} \{ \tilde{h}_R(\Omega) \}.$$

Hu *et al.* [71, 72] midieron indirectamente  $f_R$  a partir de una estimación de  $\tilde{h}_R(\Omega)$  y de una medición independiente de  $n_2$  en fibras de calcogenuro basadas en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . En las Refs. [71, 72] se usaron las mediciones de  $n_2$  y  $g_R$  realizadas en Slusher *et al.* [41]. Los autores de la Ref. [41] hicieron especial hincapié en las dificultades para obtener valores precisos de estas cantidades y mencionaron que “los valores experimentales para  $n_2$  y  $g_R$  tienen al menos un error de 30 % debido, principalmente, a las incertidumbres en la medición de la potencia e intensidad efectivas en la fibra<sup>1</sup>”, de modo que esto obstaculiza una estimación precisa de  $f_R$ . Se han presentado en la literatura otras formas de estimar  $f_R$ . Hellwarth *et al.* [104] realizaron mediciones de cambios de polarización inducidos por intensidad y la sección eficaz diferencial de Raman para determinar  $h_R(t)$  y  $f_R$  para diversos vidrios, incluido el cuarzo fundido. En el trabajo seminal de Stolen [32, 34] para una guía de onda de sílice se utilizó una relación entre la ganancia y la sección eficaz diferencial de Raman. Debido a la posibilidad de realizar mediciones independientes de ambas cantidades, se pudo calcular  $f_R$ . El valor estimado resultó  $f_R = 0,18$ , y es el comúnmente adoptado para las fibras a base de sílice [34].

Por otra parte, el índice de refracción no lineal  $n_2$  se puede medir a través de la técnica Z-scan [105, 106]. En particular, la técnica *time-resolved Z-scan* permite la separación de las contribuciones electrónicas y nucleares de la respuesta del medio,  $R(t)$ , en el dominio del tiempo. De hecho,  $R(t)$  puede estimarse directamente a partir de mediciones realizadas con esta técnica. Smolorz *et al.* [107] usaron esta técnica para estimar  $h_R(t)$  y  $f_R$  en varios vidrios de calcogenuro y metales pesados. Cabe señalar que los autores informaron errores  $> 25\%$  para  $f_R$ .

Es habitual encontrar en la literatura que muchos investigadores recurren a mediciones y estimaciones en trabajos anteriores, a pesar del hecho de que la guía de onda no esté fabricada exactamente con el mismo material al cual hacen referencia. La razón de esto es que

<sup>1</sup>Texto traducido del original en inglés.

una estimación precisa de  $f_R$  requiere un esfuerzo experimental considerable de acuerdo a las investigaciones anteriormente mencionadas. En algunos casos, los investigadores adoptan valores publicados con ligeros cambios para adaptar mejor sus observaciones experimentales. Por ejemplo, Duhant *et al.* [108] trabajó con una fibra microestructurada de núcleo suspendido de  $\text{As}_{38}\text{Se}_{62}$ . Debido a que no hay estudios previos con este material, para describir la respuesta Raman modifican los valores informados en la Ref. [109] para  $\text{As}_2\text{Se}_3$  con el fin de ajustar sus observaciones. Citando a Duhant *et al.*, “la respuesta de Raman del vidrio de AsSe aún no está fijada con precisión en la literatura disponible”<sup>2</sup>. En resumen, la estimación experimental de la contribución fraccional de Raman suele ser difícil y presenta errores del orden de 20 – 30 %. Adicionalmente, no hay evaluaciones precisas de  $f_R$  para nuevos materiales.

En este capítulo se propone una manera novedosa de estimar  $f_R$  a partir de la medición de la respuesta retardada Raman de una fibra de calcogenuro de  $\text{As}_2\text{S}_3$  y del espectro de un campo compuesto por un pump con ruido blanco que se propaga en esa guía de onda. Se trabaja en el régimen anómalo ( $\beta_2 < 0$ ), de modo que el medio proporciona  $g_{\text{MI}}$ .

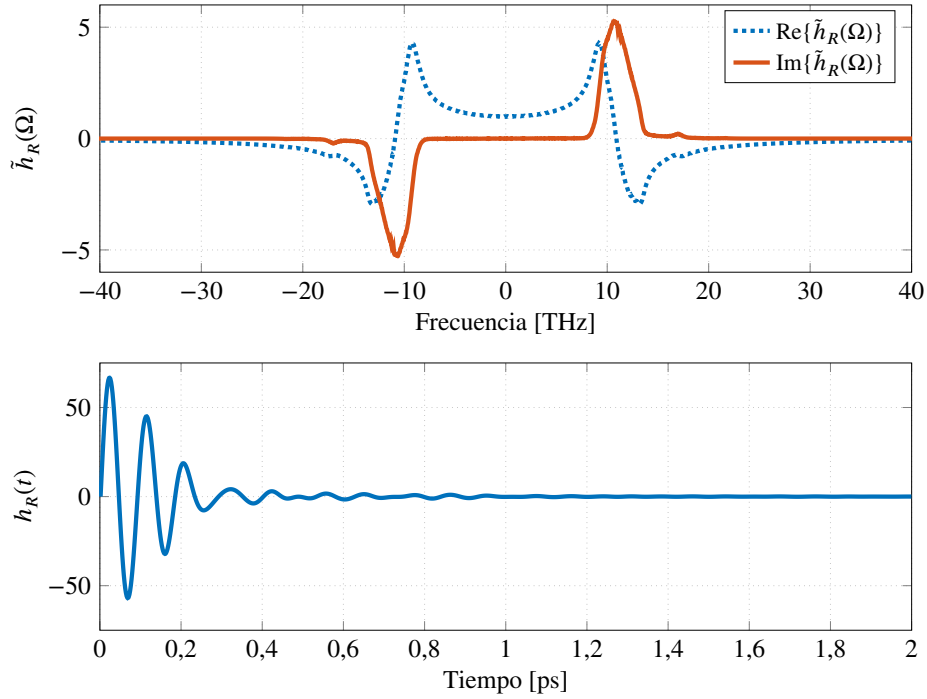
### 4.3. Respuesta Raman de un vidrio calcogenuro

En el Capítulo 3 se utilizó como respuesta Raman la aproximación de oscilador amortiguado, que tiene en cuenta una única resonancia en la respuesta del medio. En este capítulo y en lo que sigue se trabajará con una medición de la respuesta Raman de un vidrio calcogenuro, cuya composición es  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Dicha medición fue obtenida mediante la técnica conocida como *Raman backscattering*, que mide de manera indirecta la parte imaginaria de  $\tilde{h}_R(\Omega)$ . Sin embargo, la respuesta Raman es una función compleja de la forma  $\tilde{h}_R(\Omega) = \text{Re}\{\tilde{h}_R(\Omega)\} + i\text{Im}\{\tilde{h}_R(\Omega)\}$ , de modo que es preciso encontrar alguna manera de obtener la parte real a partir de dicha medición. La manera habitual de relacionar las partes real e imaginaria de cantidades físicas es a través de las relaciones de Kramers-Kronig [1] (KKR, por su sigla en inglés). Estas relaciones son útiles, por ejemplo, para determinar la susceptibilidad de algún material en particular. La parte imaginaria de la susceptibilidad está relacionada la absorción y cuya medición puede llevarse a cabo relativamente fácil, mientras que la parte real se obtiene de manera directa usando las KKR, para un determinado rango de frecuencias. En el Apéndice B se muestra un desarrollo para obtener las KKR. Con este formalismo se obtuvo  $\text{Re}\{\tilde{h}_R(\Omega)\}$  a partir de la medición de  $\text{Im}\{\tilde{h}_R(\Omega)\}$  y, en consecuencia, la función compleja  $\tilde{h}_R(\Omega)$ . Al tomar la transformada de Fourier inversa de  $\tilde{h}_R(\Omega)$ , se obtiene la respuesta temporal,  $h_R(t)$  que finalmente se normaliza para que verifique que

$$\int_0^{\infty} h_R(t) dt = 1. \quad (4.1)$$

<sup>2</sup>Texto traducido del original en inglés.

Esta normalización implica que, a partir de la Ec. 2.75, el valor de  $f_R$  sea efectivamente un porcentaje de los fotones que median el SRS y el efecto Kerr. En la Fig. 4.1 se muestra la respuesta Raman obtenida. En la parte superior se muestran las partes real e imaginaria de  $\tilde{h}_R(\Omega)$ , mientras que en la parte inferior se muestra la respuesta temporal,  $h_R(t)$ . Dado que  $g_R(\Omega) \propto -\text{Im}\{\tilde{h}_R(\Omega)\}$ , la ganancia Raman tiene un máximo a la frecuencia  $\Omega/2\pi = 10,74$  THz, a diferencia de la fibra estándar de  $\text{SiO}_2$  cuyo pico se encuentra en  $\approx 13$  THz. Cabe



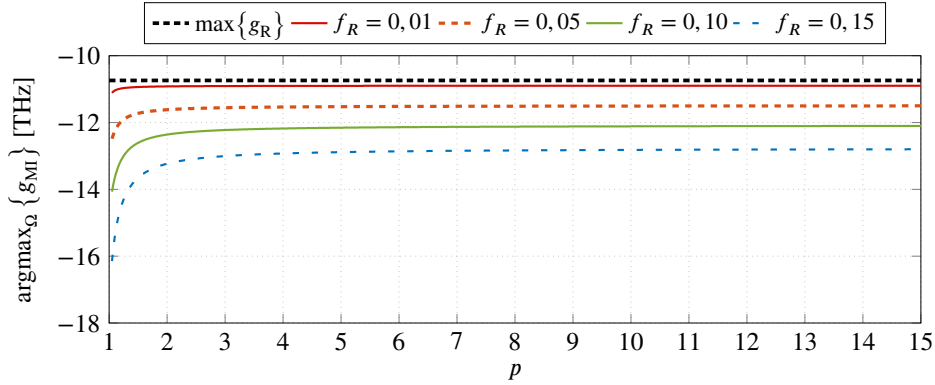
**Figura 4.1:** medición de la respuesta Raman de un vidrio calcogenuro cuya composición es  $\text{As}_2\text{S}_3$ . (Arriba) Partes real e imaginaria de  $\tilde{h}_R(\Omega)$ ; (abajo) respuesta temporal,  $h_R(t)$ .

destacar que, en el caso de una medición de la respuesta Raman, la aproximación de oscilador amortiguado individual (Ec. 3.6) ya no es válida debido al ancho de línea de  $\text{Im}\{\tilde{h}_R(\Omega)\}$ .

## 4.4. Ganancia de MI asintótica

En esta sección se arriba a una expresión para la ganancia de MI asintótica, necesaria para realizar cálculos de una manera más sencilla. Esencialmente, consiste en tomar el límite de potencias grandes en la  $g_{\text{MI}}$  cuando se incluye SRS. En la Fig. 3.2 se mostró la dependencia del corrimiento del pico de la  $g_{\text{MI}}$  con respecto al pico de la banda Stokes de la  $g_R$ ,  $\Delta f$ , como función de  $p$ . La Ec. 3.12 muestra cómo es tal dependencia, aunque presenta complicaciones algebraicas para un tratamiento analítico cuantitativo. También se observa en la Fig. 3.5 que el comportamiento del pico de MI muestra una sensibilidad relativamente grande para valores de  $p$  próximos a 1, mientras que, para  $p \gg 1$ , prácticamente no presenta cambios. Estamos interesados en conocer de qué depende ese sesgo asintótico del pico de la  $g_{\text{MI}}$  con respecto al de la  $g_R$ . En la Fig. 4.2 se muestra una gráfica de la dependencia de la frecuencia a la que

$g_{\text{MI}}$  alcanza su máximo valor como función de  $p$  (Fig. 3.6), para diversos valores de  $f_R$ , a partir de la Ec. 3.12. Puede verse que, a medida que  $f_R$  aumenta, también aumenta el sesgo. Para valores de  $p \gtrsim 10$ , la dependencia de la frecuencia del máximo de  $g_{\text{MI}}$  con  $p$  permanece prácticamente constante. Es decir, para  $p \gtrsim 10$  se puede decir que la  $g_{\text{MI}}$  permanece en el “régimen asintótico”.



**Figura 4.2:** dependencia del pico de  $g_{\text{MI}}$  como función de  $p$  para diversos valores de  $f_R$ . Los parámetros utilizados son  $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -50 \text{ ps}^2/\text{km}$  y  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ . En línea negra punteada se muestra la frecuencia a la que  $g_R$  alcanza su máximo.

Se puede demostrar que en el régimen asintótico, es decir, para  $P_0 \gg P_{\text{co}}$ , la  $g_{\text{MI}}$  puede escribirse como (ver Apéndice C)

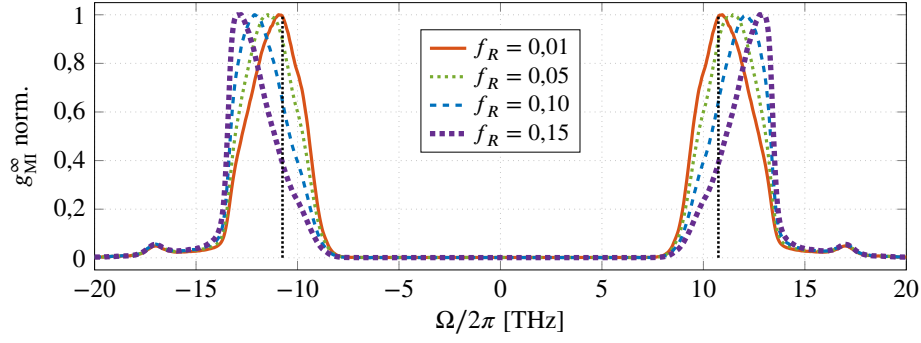
$$g_{\text{MI}}(\Omega, p) \approx \frac{|\beta_2| \omega_0}{2p} |\Omega| \left| \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} \right|. \quad (4.2)$$

Se define, entonces, la ganancia de MI asintótica como

$$g_{\text{MI}}^{\infty}(\Omega, p) = \frac{|\beta_2| \omega_0}{2p} |\Omega| \left| \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} \right|, \quad (4.3)$$

donde no se considera el caso de dispersión de orden superior, es decir,  $\beta_k = 0$  con  $k > 2$ . Más allá del cutoff, en la RdR la forma de  $g_{\text{MI}}^{\infty}$  depende de la forma de la  $\tilde{h}_R(\Omega)$ . En la Fig. 4.3 se muestra la  $g_{\text{MI}}^{\infty}$  para diferentes valores de  $f_R$ , con  $p = 10$  en todos los casos. Se puede observar que la frecuencia a la que la  $g_{\text{MI}}$  asintótica alcanza el pico,  $\Omega_{\text{MI}}$ , y el valor de  $f_R$  están relacionados: conforme aumenta el valor de  $f_R$  el pico asintótico se separa más del pico de la  $g_R$ .

Contando con una expresión simplificada de la  $g_{\text{MI}}$  y con la visualización de la dependencia de  $\Omega_{\text{MI}}$  con  $f_R$  mostrada en la Fig. 4.3, se procede a encontrar tal relación.



**Figura 4.3:**  $g_{\text{MI}}^{\infty}$  normalizada para diferentes valores de  $f_R$ . En todos los casos  $p = 10$ . Las líneas verticales están ubicadas a la frecuencia se encuentra el máximo (mínimo) en la banda Stokes (anti-Stokes) de la  $g_R$ .

#### 4.4.1. Relación de $f_R$ con $\Omega_{\text{MI}}$ y estimación de $f_R$

El uso de la Ec. 4.3 permite encontrar la frecuencia del máximo de la  $g_{\text{MI}}^{\infty}$ ,  $\Omega_{\text{MI}}$ , al resolver

$$\frac{\partial g_{\text{MI}}^{\infty}}{\partial \Omega} = 0, \quad (4.4)$$

cuya solución se obtiene al evaluar el resultado a la frecuencia  $\Omega = \Omega_{\text{MI}}$ . Esto implica resolver

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \left( |\Omega| \left| \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} \right| \right) = \Omega \frac{\partial}{\partial \Omega} \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} + \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} = 0, \quad (4.5)$$

donde  $\tilde{R}(\Omega) = 1 - f_R + f_R \tilde{h}_R(\Omega)$  y  $\tilde{h}_R(\Omega) = \tilde{h}^R + i\tilde{h}^I$ . De la Ec.4.5 se tiene que

$$\text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} = \frac{-f_R \tilde{h}^I}{|\tilde{R}|^2}, \quad (4.6)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} = \frac{-f_R (\partial_{\Omega} \tilde{h}^I)}{|\tilde{R}|^2} + \frac{f_R \tilde{h}^I \partial_{\Omega} |\tilde{R}|^2}{|\tilde{R}|^4}, \quad (4.7)$$

donde se tiene además que

$$|\tilde{R}|^2 = f_R^2 \left( 1 + |\tilde{h}|^2 - 2\tilde{h}^R \right) + f_R (2\tilde{h}^R - 2) + 1. \quad (4.8)$$

Reemplazando las Ecs. 4.6, 4.7 y 4.8 en la 4.5, y agrupando en potencias de  $f_R$ , se obtiene que

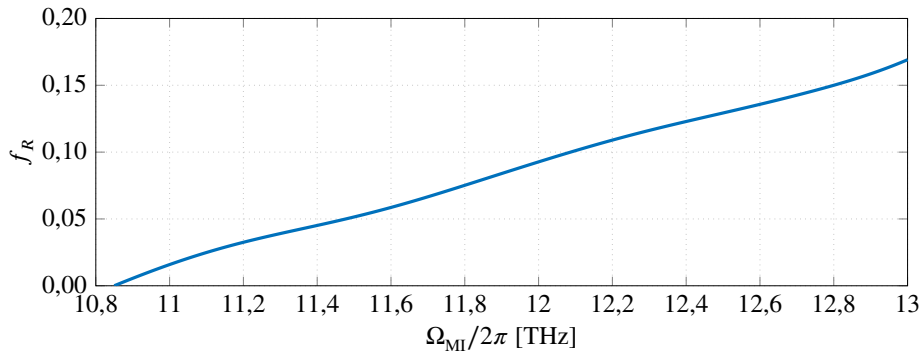
$$af_R^2 + bf_R + c = 0, \quad (4.9)$$



donde

$$\begin{aligned} a &= \partial_{\Omega} |\tilde{h}|^2 - 2\partial_{\Omega} \tilde{h}^R - \frac{\tilde{h}^I + \Omega \partial_{\Omega} \tilde{h}^I}{\Omega \tilde{h}^I} (1 + |\tilde{h}|^2 - 2\tilde{h}^R), \\ b &= 2\partial_{\Omega} \tilde{h}^R - \frac{\tilde{h}^I + \Omega \partial_{\Omega} \tilde{h}^I}{\Omega \tilde{h}^I} (2\tilde{h}^R - 2), \\ c &= -\frac{\tilde{h}^I + \Omega \partial_{\Omega} \tilde{h}^I}{\Omega \tilde{h}^I}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Las tres expresiones de  $a$ ,  $b$  y  $c$  están evaluadas a la frecuencia  $\Omega = \Omega_{\text{MI}}$ . En la Fig. 4.4 se muestra la dependencia aproximadamente lineal de  $f_R$  con  $\Omega_{\text{MI}}$ , hallado a partir de la Ec. 4.9. De la relación cuadrática de la Ec. 4.9 se obtienen dos soluciones para  $f_R$ ; sin embargo, solo



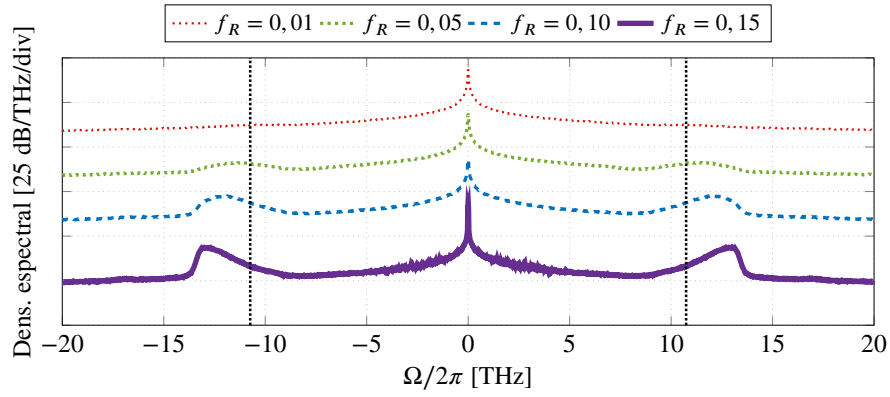
**Figura 4.4:** dependencia de  $f_R$  con  $\Omega_{\text{MI}}$  a partir de la Ec. 4.9.

se retiene la solución  $f_R \in (0, 1)$  y valores fuera de este intervalo no tienen sentido físico.

Debido a que no se realizó este tipo de experimentos en la tesis, las simulaciones numéricas reemplazan, en este caso, a las observaciones experimentales. A partir de los resultados de la subsección anterior, se realizaron simulaciones para compararlas con los resultados analíticos. Para ello, se propagó un campo compuesto por un pump intenso y ruido blanco, y se varió el valor de  $f_R$  en la simulación. La potencia normalizada del pump es  $p = 10$ , en donde la  $g_{\text{MI}}$  tiene el comportamiento asintótico previamente mencionado. Como se dijo anteriormente, el ruido del campo crecerá en las bandas de  $g_{\text{MI}}$ . Con esto en mente, se puede estimar la posición espectral del máximo del campo ruidoso y usarlo en la Ec. 4.9. En la Fig. 4.5 se muestra la intensidad de los campos propagados, donde se puede observar el crecimiento en las bandas laterales y donde la frecuencia de los máximos difieren en cada valor de  $f_R$  en las simulaciones. Cada una de estas curvas corresponde al promedio de 100 realizaciones de ruido.

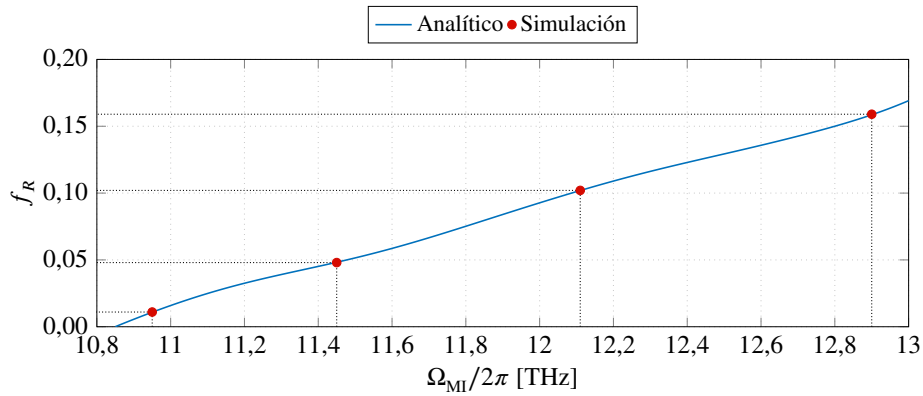
Finalmente, se compararon los resultados de las simulaciones con los analíticos. La comparación se realizó de la siguiente manera: luego de estimar la  $\Omega_{\text{MI}}$  en el campo ruidoso a la salida de la guía de onda, se reemplazó con ese valor en las expresiones de la Ecs. 4.10. Esto devuelve un valor de  $f_R$  a partir de la Ec. 4.9. Ese valor es el valor estimado y se lo compara contra el valor fijado en la simulación.

En la Fig. 4.6 y la Tabla 4.1 se muestran los resultados para diferentes frecuencias y valores de  $f_R$ , donde se puede observar que los errores relativos resultaron  $\leq 10\%$ . Dichos



**Figura 4.5:** propagación de un campo compuesto por un pump intenso y ruido blanco. Los parámetros de la simulación son  $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -10 \text{ ps}^2/\text{km}$  y  $\gamma_0 = 100 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ . La potencia normalizada es  $p = 10$  y la SNR = 40 dB. La distancia de propagación es  $L = 2,5 \text{ m}$ . Las líneas verticales están ubicadas a la frecuencia donde la  $g_R$  tiene el máximo (mínimo) en la banda Stokes (anti-Stokes).

errores se comparan con las simulaciones realizadas.



**Figura 4.6:** comparación entre las simulaciones y la Ec. 4.9 para la estimación de  $f_R$ .

**Tabla 4.1:** estimación de  $f_R$  a partir de la  $\Omega_{MI}$  obtenida de las simulaciones.

$\Omega_{MI}/2\pi$ [THz]	$f_R^{\text{Simulado}}$	$f_R^{\text{Estimado}}$	Error relativo
10,95	0,010	0,011	9 %
11,45	0,050	0,048	4 %
12,11	0,100	0,102	2 %
12,90	0,150	0,159	6 %

Como puede observarse, estos resultados ponen en evidencia un método novedoso que permite la estimación de  $f_R$ . A partir de la respuesta Raman del medio y con una medición del espectro de un campo compuesto por un pump intenso y ruido blanco, y dentro de un espacio de parámetros tales que se trabaje en la región asintótica de  $g_{MI}$ , se puede obtener un valor de

$f_R$  con una precisión superior a los métodos reportados en las referencias citadas a lo largo de este capítulo. Este método tiene validez para guías de onda cuya región de transparencia se ubica en la región del mid IR, donde el efecto de self-steepening es relevante. La potencia necesaria para poner en práctica este método disminuye al aumentar el parámetro no lineal  $\gamma_0$ , por lo que es recomendable su ensayo en guías de onda altamente no lineales. Cabe señalar que este método compara resultados analíticos con numéricos, de modo que cuando se lo compara con los métodos previamente mencionados suponemos que los resultados numéricos coinciden con los experimentales.



## Capítulo 5

# Ganancia Raman en la banda anti-Stokes habilitada por MI

*“La paciencia es la fortaleza del débil y la impaciencia, la debilidad del fuerte”.*

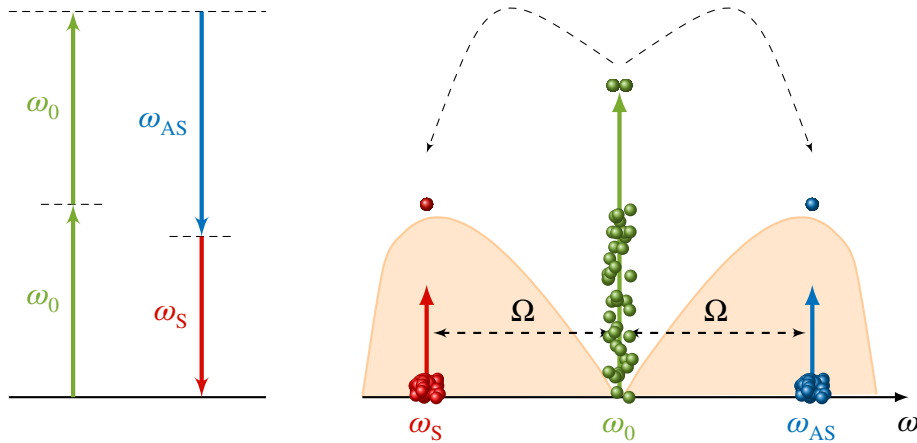
— Immanuel Kant

### 5.1. Introducción

En este capítulo se abordará el modelo completo de MI que incluye los efectos de SRS y self-steepening desde el punto de vista del número de fotones en las componentes espectrales involucradas. En primer lugar, se mostrará una equivalencia entre MI y un proceso de FWM, en el que dos fotones del pump se aniquilan y se crean dos fotones en la banda Stokes y anti-Stokes, respectivamente. Este problema será atacado considerando dispersión anómala y sin SRS ni self-steepening. Con este proceso en mente, partiendo de un análisis de la NLSE, se demostrará cómo el número de fotones en ambas bandas no crece simultáneamente. Seguidamente, se mostrará cómo la inclusión del self-steepening en este caso permite un crecimiento simultáneo de las bandas Stokes y anti-Stokes en términos del número de fotones. Más aún, se hará hincapié en el hecho de que para que el número de fotones se conserve debe verificarse que  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$ , tal como se demuestra en la Ref. [66]. Una vez demostrada esta propiedad, el análisis se centrará nuevamente en la región dominada por Raman, RdR. Se mostrará que la inclusión del SRS hace que las interacciones exhiban un comportamiento “pseudoparamétrico”, en donde la  $g_{\text{MI}}$  adopta la forma de la ganancia Raman, pero en ambas bandas Stokes y anti-Stokes (Capítulo 3). Esta forma particular de la  $g_{\text{MI}}$  permite pensar a la respuesta del medio como si éste tuviera una  $g_{\text{R}}$  en ambas bandas. Esto proviene de la interrelación entre MI, self-steepening y SRS en un análisis completo de inestabilidad modulacional. Los resultados de este capítulo fueron publicados en la Ref. [110].

## 5.2. MI vista como un proceso de FWM

En la Sección 2.3 se consideraron posibles procesos de FWM que pueden ocurrir en una guía de onda. En todos los casos, el número de fotones intervinientes permanece constante; la excepción a la regla es el proceso de generación de tercera armónica (THG, por su sigla en inglés), donde tres fotones a la frecuencia  $\omega$  se aniquilan y se crea uno de frecuencia  $3\omega$ . Si bien la GNLSE considera todos los procesos de FWM con la excepción de la THG, no conserva el número de fotones aún cuando no se consideren efectos de pérdidas [111]. Blow y Wood [66] demostraron que, cuando  $\gamma(\omega) = \gamma_0 + \gamma_1(\omega - \omega_0)$ , el número de fotones se conserva solo si  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$  en la GNLSE. En la Fig. 5.1 se ilustra este fenómeno, donde se relaciona el fenómeno de MI con un proceso de FWM degenerado, en el que dos fotones de un pump intenso se aniquilan y se crean dos fotones en las bandas Stokes y anti-Stokes, de modo que la energía se conserva.



**Figura 5.1:** inestabilidad modulacional vista como un proceso de FWM. (Izquierda) Diagrama de energías: se plantea la conservación de la energía; (derecha) Representación esquemática del proceso en el que dos fotones en la frecuencia del pump son aniquilados y dos se crean en las bandas Stokes y anti-Stokes. Se muestran los lóbulos de la  $g_{MI}$  en donde cada fotón se crea en cada uno.

Como se observa en la parte derecha de la Fig. 5.1, la simetría de los lóbulos de la  $g_{MI}$  es una consecuencia de la conservación de la energía. Por otra parte, para satisfacer la conservación de la energía es preciso que el número de fotones también se conserve en este proceso. Sin embargo, debido a que los lóbulos tienen un cierto ancho de banda, significa que hay una probabilidad no nula de que el proceso ocurra a cualquier frecuencia  $\Omega$ . Surge naturalmente la pregunta: ¿de qué depende la frecuencia donde se crean los dos fotones en las bandas laterales a la frecuencia del pump? Para responderla, se recurrirá a inspeccionar la condición de phase matching descrita en la Sección 2.4, la cual relaciona los momentos de cada uno de los fotones involucrados en el proceso y determinan la eficiencia de generación del mismo. En este proceso intervienen dos fotones del pump, uno a la frecuencia Stokes y otro a la

frecuencia anti-Stokes, de modo que el factor de mismatch es

$$\Delta k = 2k_p - k_s - k_{AS}, \quad (5.1)$$

donde  $k_p$ ,  $k_s$  y  $k_{AS}$  son los momentos de los fotones del pump, Stokes y anti-Stokes, respectivamente. Es preciso encontrar una expresión para los momentos de cada fotón, teniendo en cuenta que el campo de entrada está compuesto por un pump CW intenso y dos campos relativamente pequeños, o semillas, en las bandas Stokes y anti-Stokes. Para ello, se parte de la NLSE y se considera un campo de entrada compuesto por un pump intenso y dos campos débiles ubicados a las frecuencias Stokes y anti-Stokes, respectivamente, que se escribe como

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} e^{ik_p z} + a_s(z) e^{ik_s z - i\Omega_s T} + a_{AS}(z) e^{ik_{AS} z - i\Omega_{AS} T}, \quad (5.2)$$

donde  $a_s(z)$  y  $a_{AS}(z)$  son las amplitudes de las semillas Stokes y anti-Stokes, respectivamente. Debe observarse que, en este caso, las frecuencias son relativas a la del pump, por lo que la exponencial de la componente del pump no tiene la dependencia temporal. La NLSE para este problema es

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma_0 A |A|^2. \quad (5.3)$$

Reemplazando la Ec. 5.2 en la Ec. 5.3, separando en cada frecuencia, considerando el régimen anómalo ( $\beta_2 < 0$ ) y suponiendo que  $P_0 \gg P_s$ , se obtiene (ver Apéndice D)

$$k_p = \gamma_0 P_0, \quad (5.4)$$

$$k_s = -\frac{\beta_2}{2} \Omega_s^2 + 2\gamma_0 P_0 \quad (5.5)$$

$$k_{AS} = -\frac{\beta_2}{2} \Omega_{AS}^2 + 2\gamma_0 P_0, \quad (5.6)$$

y, por lo tanto, se puede escribir el factor de mismatch dependiente de la frecuencia relativa  $\Omega = \Omega_s = -\Omega_{AS}$  agrupando las Ecs. 5.4, 5.5 y 5.6 según

$$\Delta k = 2k_p - k_s - k_{AS} = -\beta_2 \Omega^2 - 2\gamma_0 P_0. \quad (5.7)$$

La condición de phase matching queda satisfecha al cumplirse  $\Delta k = 0$ , lo cual se verifica a la frecuencia

$$\Omega^2 = \frac{2\gamma_0 P_0}{\beta_2}, \quad (5.8)$$

que es la misma que aquella obtenida en la Ec. 2.109. Esto quiere decir que el máximo de ganancia de MI se alcanza cuando se satisface la condición de phase matching. No obstante, puede haber crecimiento exponencial aún cuando  $\Delta k \neq 0$ . Para visualizar esto, se reescribe

la Ec. 2.107 en términos de  $\Delta k$  de modo que

$$g_{\text{MI}}(\Delta k) = 2P_0\gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta k}{2P_0\gamma_0}\right)^2}. \quad (5.9)$$

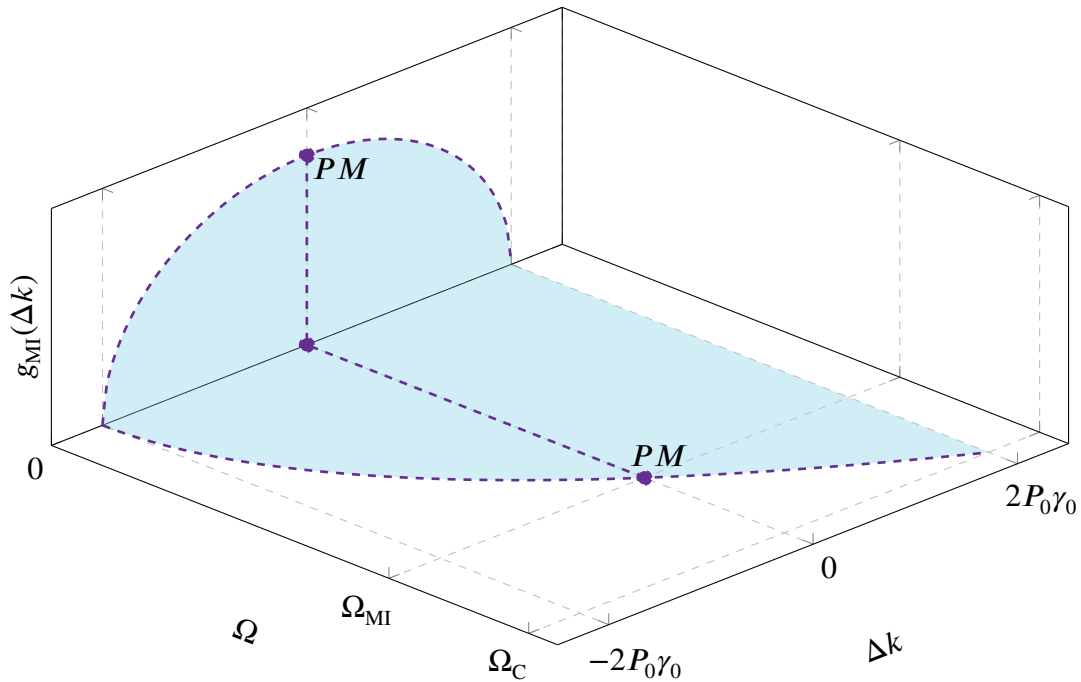
De la Ec. 5.9 se desprende que sólo habrá ganancia si  $\Delta k$  satisface

$$-2P_0\gamma_0 \leq \Delta k \leq 2P_0\gamma_0. \quad (5.10)$$

El valor mínimo de  $\Delta k$  se corresponde con la frecuencia  $\Omega = 0$ , mientras que el valor máximo se corresponde con la frecuencia

$$\Omega^2 = -\frac{4P_0\gamma_0}{\beta_2}. \quad (5.11)$$

Observando la Ec. 5.11 puede notarse que el factor de mismatch máximo ocurre a la frecuencia de corte expresada en la Ec. 2.108. Físicamente, significa que la suma de los momentos de los fotones generados no puede superar el doble que la suma de los momentos de los fotones del pump que son aniquilados en el proceso. En la Fig. 5.2 se muestra la relación entre MI y el proceso de FWM asociado, donde se grafican las Ecs. 5.7 y 5.9 compactadas en un solo gráfico en los planos  $\Omega - \Delta k$  y  $\Delta k - g_{\text{MI}}(\Delta k)$ . Se observa una correspondencia entre la ganancia de MI y el rango de valores que puede tomar  $\Delta k$  para los que las perturbaciones al pump crezcan exponencialmente.



**Figura 5.2:** relación entre MI y FWM. En los puntos *PM* se satisface la condición de phase matching, que se corresponde con el máximo de ganancia de MI. La intersección de las curvas ocurre cuando  $\Omega = 0$ , mientras que el máximo valor que toma  $\Delta k$  se corresponde con el corte de ganancia en la frecuencia  $\Omega_C$ .

Antes de proseguir, es preciso definir una cantidad relacionada con el número de fotones.

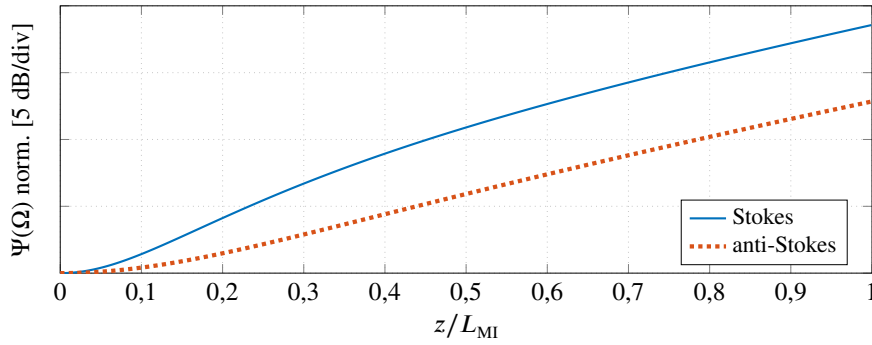


Por definición, el número de fotones es proporcional a la intensidad del campo e inversamente proporcional a su energía. De esta manera, se define la cantidad

$$\Psi(\omega, z) = \frac{P}{\hbar\omega}, \quad (5.12)$$

que es proporcional al número de fotones que atraviesa una sección transversal de la guía de onda por unidad de tiempo, cuya potencia es  $P$  y cuya frecuencia es  $\omega$ . Cabe destacar que  $\Psi$  depende de la frecuencia y no de la frecuencia relativa,  $\Omega$ .

Consideremos un campo incidente compuesto de por pump con dos semillas equiespaciadas, ubicadas respectivamente en las bandas Stokes y anti-Stokes, con la misma cantidad de fotones. Es de esperarse que, por conservación del número de fotones y por la naturaleza del proceso de FWM, ambas semillas incrementen el número de fotones de igual manera. En la Fig. 5.3 se muestra la evolución del número de fotones de las dos semillas como función de la distancia característica de MI, definida en la Ec. 2.110. Se observa que el crecimiento del número de fotones no es simultáneo, a pesar de que la interacción es por FWM.



**Figura 5.3:** evolución del número de fotones para las frecuencias Stokes y anti-Stokes. Los parámetros de la simulación son:  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -50 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma_0 = 1000 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  y  $P_0 = 7096 \text{ W}$ .

### 5.3. Conservación de fotones

En la Ref. [66] se mostró cómo la inclusión del self-steepening es condición necesaria para la conservación de fotones. Seguidamente, se dará un ejemplo en el que se muestra que la conservación de fotones se satisface para  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$ , donde  $\omega_0$  es la frecuencia del pump. Consideremos un campo compuesto por un pump intenso y dos semillas en las bandas Stokes y anti-Stokes, respectivamente, ubicadas en las frecuencias relativas a la del pump  $\Omega_S = -\Delta\omega$  y  $\Omega_{AS} = \Delta\omega$ , respectivamente. Consideremos la ecuación de propagación en donde solamente incluiremos  $\gamma(\Omega)$ . Los efectos asociados a la dispersión cromática y el SRS no serán incluidos debido a que, como se dijo, el conflicto con la conservación de fotones subyace en el parámetro no lineal. La ecuación de propagación puede escribirse como

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\gamma(\Omega) |A|^2 A, \quad (5.13)$$

donde  $\gamma(\Omega) = \gamma_0 + \gamma_1 \Omega$  es el desarrollo en serie de Taylor de  $\gamma(\Omega)$  alrededor de  $\omega_0$ . El campo de entrada, compuesto por un pump y dos semillas, es

$$A = A_P + A_S + A_{AS}, \quad (5.14)$$

donde P, S y AS denotan los campos del pump, Stokes y anti-Stokes, respectivamente. Los campos pueden escribirse como

$$A_P(z, T) = \sqrt{P_0} e^{i\gamma(\omega)P_0 z}, \quad (5.15)$$

$$A_S(z, T) = a_S(z) e^{2i\gamma(\omega)P_0 z - i\Omega_S t}, \quad (5.16)$$

$$A_{AS}(z, T) = a_{AS}(z) e^{2i\gamma(\omega)P_0 z - i\Omega_{AS} t}, \quad (5.17)$$

donde  $a_S$  y  $a_{AS}$  son las amplitudes de las semillas y  $P_0$  la potencia del pump. En el análisis vamos a trabajar bajo la aproximación de undepleted pump. Reemplazando las Ecs. 5.16 y 5.17 en la Ec. 5.13 se obtienen las ecuaciones de evolución de las semillas

$$\frac{\partial a_S}{\partial z} = i\gamma(\Omega_S)P_0 a_{AS}^*, \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial a_{AS}}{\partial z} = i\gamma(\Omega_{AS})P_0 a_S^*. \quad (5.19)$$

Debido a que se está trabajando bajo la aproximación de undepleted pump, y además el proceso de FWM que bajo análisis es el de MI, se espera que el número de fotones creados en las bandas Stokes y anti-Stokes sea el mismo. Bajo este requerimiento, a lo largo de la propagación de las semillas en la guía de onda se requiere que

$$\frac{\partial \Psi_S}{\partial z} = \frac{\partial \Psi_{AS}}{\partial z}, \quad (5.20)$$

que es consistente con el proceso mostrado en la Fig. 5.1. Resolviendo esta igualdad se tiene que

$$\frac{1}{\omega_0 + \Omega_S} \frac{\partial P_S}{\partial z} = \frac{1}{\omega_0 + \Omega_{AS}} \frac{\partial P_{AS}}{\partial z}. \quad (5.21)$$

De la Ecs. 5.18 y 5.19 se deduce que

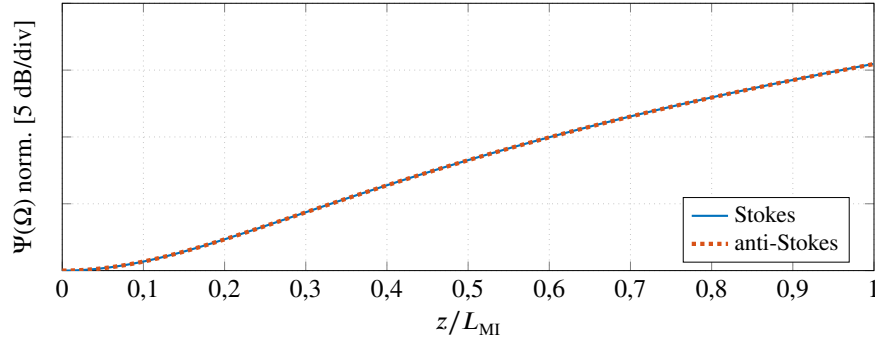
$$\frac{\partial P_S}{\partial z} = i\gamma(\Omega_S)P_0 (a_S^* a_{AS}^* - a_S a_{AS}), \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial P_{AS}}{\partial z} = i\gamma(\Omega_{AS})P_0 (a_S^* a_{AS}^* - a_S a_{AS}). \quad (5.23)$$

Reemplazando las Ecs. 5.22 y 5.23 en la Ec. 5.21, y despejando  $\gamma_1$  se obtiene

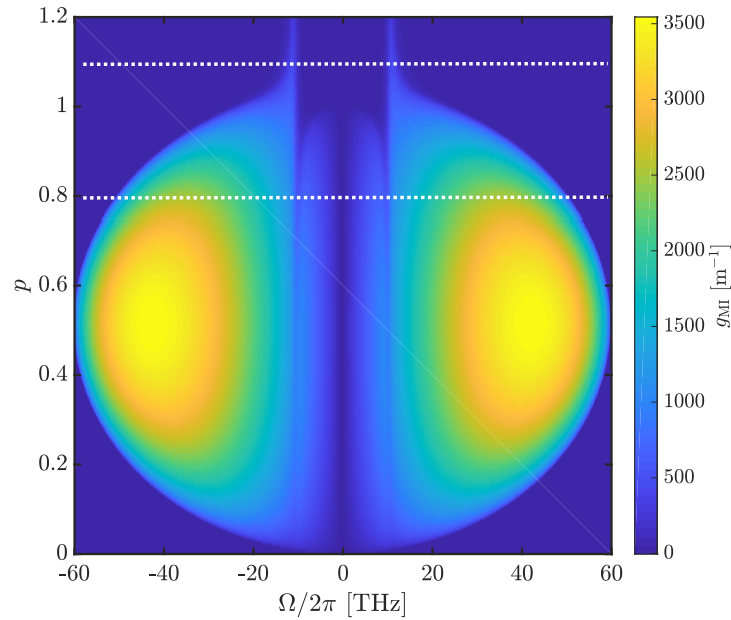
$$\gamma_1 = \frac{\gamma_0}{\omega_0}. \quad (5.24)$$

En la Fig. 5.4 se muestra la evolución del número de fotones, donde se observa el crecimiento simultáneo de ambas bandas debido a la inclusión de self-steepening.



**Figura 5.4:** evolución del número de fotones para las frecuencias Stokes y anti-Stokes. Los parámetros de la simulación son:  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -50 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma_0 = 1000 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ ,  $p = 0,8$  y  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$ .

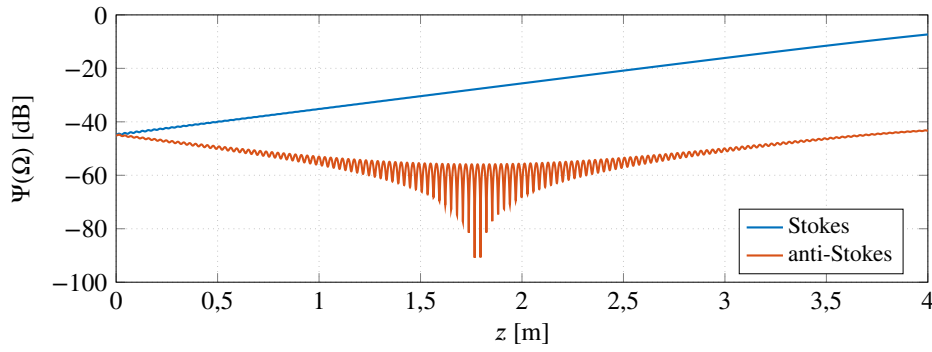
La potencia normalizada elegida para esta simulación ( $p = 0,8$ ) se corresponde con un valor de  $P_0$  idéntico al de la simulación de la Fig. 5.3. La Fig. 5.5 muestra el perfil de  $g_{\text{MI}}$  para diferentes potencias normalizadas en donde en línea punteada ( $p = 0,8$ ) se marca la zona en la que crecen las semillas de la Fig. 5.4.



**Figura 5.5:** perfil de  $g_{\text{MI}}$  en función de la potencia normalizada,  $p$ . En línea punteada se marcan las potencias con la que se realizaron cálculos para  $p = 0,8$  y  $p = 1,1$  (Subsección 5.3.2).

### 5.3.1. Régimen de dispersión normal con Raman

Consideremos el régimen normal y veamos qué le ocurre a un campo óptico compuesto por un pump CW y dos semillas. Las semillas están dispuestas en las frecuencias donde la



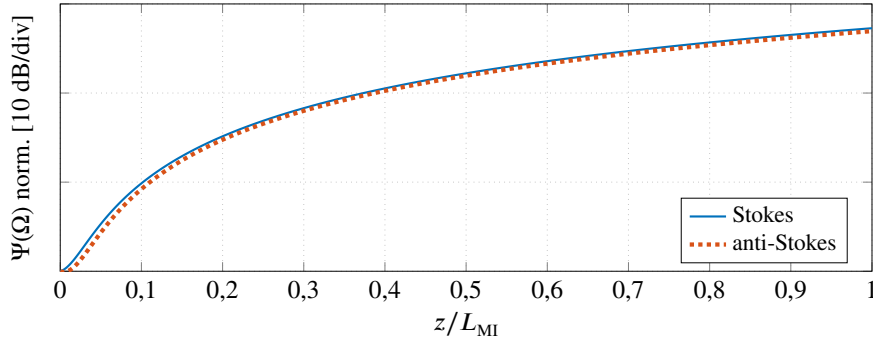
**Figura 5.6:** propagación de dos semillas cuyas frecuencias se ubican en la banda Stokes y anti-Stokes. Los parámetros de la simulación son:  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = 50 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma_0 = 1000 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ ,  $P_0 = 50 \text{ W}$  y  $\gamma_1 = 0$ .

ganancia Raman alcanza su máximo valor (Stokes) y en la frecuencia mayor equidistante del pump (anti-Stokes). En el caso de la respuesta Raman mostrada en la Fig. 4.1, el máximo (mínimo) se alcanza en  $-10,74 \text{ THz}$  ( $+10,74 \text{ THz}$ ) respecto de la frecuencia del pump. Observemos qué ocurre con el número de fotones de cada semilla. La intensidad de las semillas fue fijada de modo que tengan la misma cantidad de fotones en  $z = 0$ . En la Fig. 5.6 se muestra una gráfica de  $\Psi(\Omega)$  correspondiente a las frecuencias de ambas semillas como función de  $z$  donde no se considera self-steepening.

Este comportamiento, reportado en la Ref. [112] consiste en una dinámica oscilatoria en el inicio de la interacción de FWM entre las semillas de ambas bandas. Después de cierta distancia, el SRS domina por completo la dinámica. Por otra parte, al inicio de la propagación el número de fotones en la semilla anti-Stokes decrece debido a que la ganancia de Raman es negativa. Luego, comienza a crecer debido a la interacción FWM entre el pump y la semilla Stokes. El número de fotones en este proceso se conserva, pero ambas semillas no crecen igual debido a la forma de la ganancia Raman. Este ejemplo muestra la evidente interacción entre el FWM y el SRS.

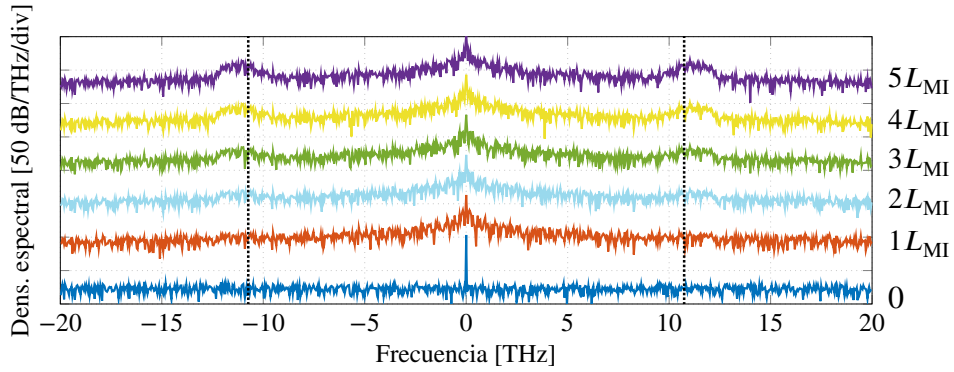
### 5.3.2. Régimen de dispersión anómala en la RdR

En este caso, ambas semillas empiezan con el mismo número de fotones y crecen en simultáneo, con una pequeña diferencia provocada por la presencia de SRS, pero prácticamente despreciable. Se observa que los efectos de SRS y FWM están interrelacionados, dando lugar a una  $g_{\text{MI}}$  con la forma de la  $g_{\text{R}}$  en ambas bandas, tal como ya se mencionó. En la Fig. 5.7 se muestra la evolución de ambas semillas, en donde queda evidenciado el crecimiento simultáneo. Este proceso corresponde a uno del tipo *pseudoparamétrico*, debido a que el medio interviene en la interacción y, debido al SRS, la conservación de la energía del campo electromagnético no se satisface. La potencia normalizada es  $p = 1,1$  (Fig. 5.5).



**Figura 5.7:** régimen de dispersión anómala con  $p = 1,1$ ,  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$  y SRS. El crecimiento es simultáneo en ambas bandas Stokes y anti-Stokes. Los parámetros de la simulación son:  $\lambda_0 = 5 \mu\text{m}$ ,  $\beta_2 = -50 \text{ ps}^2/\text{km}$  y  $\gamma_0 = 1000 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ .

En este ejemplo, el fenómeno de FWM está mediado por el pump a través de la MI y es mucho más intensa la interacción respecto a la mostrada en la Fig. 5.6.



**Figura 5.8:** crecimiento del ruido en las bandas Stokes y anti-Stokes en la RdR para  $p = 3$  y para diferentes distancias propagadas. Los picos de Raman a las frecuencias Stokes and anti-Stokes están mostrados con las líneas negras punteadas en las frecuencias  $\pm 10,74 \text{ THz}$ . Se eligió una  $\text{SNR} = 40 \text{ dB}$ .

En este caso, el SRS habilita la interacción de FWM en la RdR; análogamente, el FWM permite el crecimiento simultáneo en las bandas Stokes y anti-Stokes, con una ganancia de MI que copia a la de Raman. Finalmente, para poner en evidencia este fenómeno se propagó un pump con ruido blanco en la misma guía de onda que antes. En la Fig. 5.8 se muestra la evolución del campo para un valor de  $p = 3$  a lo largo de  $5L_{\text{MI}}$ . En la figura se muestra el espectro para diferentes distancias, donde puede apreciarse el crecimiento simultáneo de las bandas Stokes y anti-Stokes. Las gráficas corresponden con el promedio de 50 realizaciones de ruido.

## 5.4. Consideraciones sobre el parámetro no lineal

El análisis desarrollado hasta ahora presentó al parámetro no lineal como una función dependiente de la frecuencia. Se mencionó que la dependencia con la frecuencia es a través de una función lineal  $\gamma(\omega) = \gamma_0 + \gamma_1\Omega$ , donde  $\gamma_1 = \gamma_0/\omega_0$  verifica la conservación del número

de fotones y, además, esta aproximación resulta adecuada para la mayoría de las aplicaciones de propagación de pulsos cortos en fibras ópticas [39]. Sin embargo, existen guías de onda en las que el parámetro no lineal es fuertemente dependiente de la longitud de onda. Boyd y Sipe [113] demostraron que la inclusión de elementos dopantes metálicos en una matriz, como puede ser una fibra de vidrio calcogenuro, incrementa sustancialmente las propiedades ópticas no lineales de la guía de onda. En las Refs. [114–119] se realizaron mediciones con la técnica Z-scan para medir el índice de refracción no lineal en varios compuestos que contienen nanopartículas metálicas de diferentes geometrías, tamaños y composición. Debido a que las nanopartículas metálicas poseen resonancias plasmónicas superficiales localizadas intensas en la región del visible e infrarrojo, y la correspondiente parte real de la permitividad eléctrica es negativa [120], la regla de Miller [121] establece que tales compuestos dopados pueden exhibir índices de refracción no lineal negativos. En consecuencia, una guía de onda con estas características puede tener un parámetro no lineal negativo. En otros trabajos [122–125] se realizaron cálculos con PCFs dopadas con nanopartículas esféricas de plata. Estas guías de onda pueden presentar una o más longitudes de onda en las que el parámetro no lineal se anula. Con este tipo de guías de onda, la evolución de un campo óptico modelado con la GNLSE puede conllevar a resultados físicamente incorrectos como, por ejemplo, el corrimiento hacia el azul de pulsos cortos cuando se incorpora SRS [122, 123]. Esto motivó la idea de la derivación de una ecuación de propagación de la luz en guías de onda como la GNLSE en la que se verifique tanto la conservación del número de fotones como de la energía, cualquiera sea el parámetro no lineal. Esta ecuación se denomina pcNLSE, donde el prefijo “pc” indica que hay conservación de fotones (del inglés, *photon conserving*), y se construyó partiendo de un análisis cuántico. A continuación, se darán las ideas esenciales para su derivación, aunque los detalles pueden encontrarse en las referencias listadas. La variación de un estado de luz dado viene dada por la ecuación de evolución, donde se considera solo la parte no lineal pero no SRS [126]

$$\frac{\partial}{\partial z} |\psi\rangle = i\hat{\Pi} |\psi\rangle, \quad (5.25)$$

donde el operador de evolución espacial se define como

$$\hat{\Pi} = \iiint \frac{\kappa}{2} \hat{a}_{\omega_1}^\dagger \hat{a}_{\omega_2}^\dagger \hat{a}_{\omega_1-\mu} \hat{a}_{\omega_2+\mu} d\omega_1 d\omega_2 d\mu. \quad (5.26)$$

$\hat{a}_{\omega}^\dagger$  y  $\hat{a}_{\omega}$  son los operadores de creación y aniquilación en la frecuencia  $\omega$ , respectivamente, mientras que  $\kappa$  es un factor de acoplamiento no lineal asociado con la susceptibilidad de tercer orden,  $\chi^{(3)}$ . La forma que adopta el operador en la Ec. 5.26 asegura la conservación del número de fotones. Esto se debe a que incluye todas las combinaciones de los procesos posibles de FWM. La diferencia crucial respecto a la NLSE subyace en el hecho de que  $\kappa$  depende de las cuatro frecuencias involucradas en los procesos de FWM, y para asegurar la

conservación de la energía, es preciso que el operador  $\hat{\Pi}$  sea hermítico. Esto puede satisfacerse fácilmente si

$$\kappa_{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4} = \kappa_{\omega_4, \omega_3, \omega_2, \omega_1}^*. \quad (5.27)$$

Para hallar la ecuación de propagación es preciso trabajar con un operador cuántico de modo que, al tomar su valor medio, se recupere la estructura de la NLSE, que es una ecuación clásica para la envolvente del campo eléctrico. Tal operador es el operador de campo eléctrico  $\hat{A}_\omega \propto \hat{a}_\omega \sqrt{\omega_0 + \omega}$  [127]. Considerando la ecuación de evolución para el operador  $\hat{A}_\omega$  en formalismo de Heisenberg

$$\frac{\partial \langle \hat{A} \rangle}{\partial z} = i \langle [\hat{A}, \hat{\Pi}] \rangle, \quad (5.28)$$

se obtiene que

$$\frac{\partial \langle \hat{A}_\omega \rangle}{\partial z} = i \iint \Gamma_{\omega, \omega', \mu} \langle \hat{A}_{\omega'}^\dagger \hat{A}_{\omega-\mu} \hat{A}_{\omega'+\mu} \rangle d\omega' d\mu, \quad (5.29)$$

donde la función de acoplamiento se define como

$$\Gamma_{\omega, \omega', \mu} = \frac{(\kappa_{\omega, \omega', \omega-\mu, \omega'+\mu} + \kappa_{\omega', \omega, \omega'+\mu, \omega-\mu}) \sqrt{\omega_0 + \omega}}{2\sqrt{(\omega_0 + \omega')(\omega_0 + \omega - \mu)(\omega_0 + \omega' + \mu)}}. \quad (5.30)$$

La Ec. 5.29 puede escribirse desde un punto de vista clásico según

$$\frac{\partial \tilde{A}_\omega}{\partial z} = i \iint \Gamma_{\omega, \omega', \mu} \tilde{A}_{\omega'}^* \tilde{A}_{\omega-\mu} \tilde{A}_{\omega'+\mu} d\omega' d\mu. \quad (5.31)$$

La Ec. 5.31 tiene una forma similar a la NLSE (considerando  $\beta(\omega) = 0$ ) pero donde la función de acoplamiento no lineal tiene una dependencia con todas las frecuencias que intervienen en el proceso de FWM, mientras que  $\gamma(\omega)$  sólo depende de  $\omega$ . Para escribir a  $\Gamma$  en términos de  $\gamma$  consideremos el proceso de SPM, donde todas las frecuencias involucradas son las mismas. Este requisito conduce a la simple relación

$$\kappa_{\omega, \omega, \omega, \omega} = \frac{\gamma(\omega)(\omega_0 + \omega)}{4\pi^2}. \quad (5.32)$$

Cualquier  $\kappa$  que satisfaga esta última relación y la condición de hermiticidad garantizará la conservación del número de fotones y de la energía que conduce, además, a una ecuación que es consistente con el comportamiento esperado en un proceso donde solo se considera SPM. Con el propósito de elegir un  $\kappa$  individual que satisfaga ambos requisitos, consideremos la regla de Miller generalizada [1, 51], que fue utilizada en diversos trabajos [128–131], y que relaciona las susceptibilidades eléctricas de primer y tercer orden según

$$\chi_{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4}^{(3)} \propto \chi_{\omega_1}^{(1)} \chi_{\omega_2}^{(1)} \chi_{\omega_3}^{(1)} \chi_{\omega_4}^{(1)}. \quad (5.33)$$

Del mismo modo, proponemos que

$$\kappa_{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4} \equiv \text{Re} \left\{ r_{\omega_1} r_{\omega_2} r_{\omega_3} r_{\omega_4} \right\}, \quad (5.34)$$

donde  $r_\omega$  es una función compleja relacionada con  $\chi^{(1)}$ . Reemplazando la Ec. 5.34 en la 5.32 encontramos que  $r_\omega = \sqrt[4]{\gamma(\omega)(\omega_0 + \omega)}/\sqrt{2\pi}$ . Usando esto en la Ec. 5.31, obtenemos la denominada pcNLSE, donde además se incluye el término de dispersión lineal

$$\frac{\partial \hat{A}_\omega}{\partial z} = i\beta(\omega)\hat{A}_\omega + i\bar{\gamma}(\omega)\mathcal{F}(C^*B^2) + i\bar{\gamma}^*(\omega)\mathcal{F}(B^*C^2), \quad (5.35)$$

donde

$$\tilde{B}_\omega = \sqrt[4]{\gamma(\omega)/(\omega + \omega_0)}\tilde{A}_\omega, \quad (5.36)$$

$$\tilde{C}_\omega = \sqrt[4]{\gamma(\omega)/(\omega + \omega_0)}\tilde{A}_\omega^*, \quad (5.37)$$

y el coeficiente no lineal efectivo es

$$\bar{\gamma}(\omega) = \sqrt[4]{\gamma(\omega)(\omega + \omega_0)^3}/2. \quad (5.38)$$

La Ec. 5.35 es válida para cualquier función  $\gamma(\omega)$  y puede resolverse mediante un esquema numérico análogo al SSFM, con las modificaciones pertinentes. Si bien los resultados concernientes a esta temática escapan al propósito de esta tesis, trabajamos en coautoría con las publicaciones asociadas a la pcNLSE [111, 132, 133].

En resumen, se mostró que es necesaria la inclusión del self-steepening para la correcta contabilidad de los fotones en la evolución del campo. Se mostró que el valor de  $\gamma_1$  no puede ser arbitrario en la GNLSE, sino que debe cumplir las condiciones mencionadas por Blow y Wood [66]. En la RdR el proceso resultó ser pseudoparámetro y con crecimiento simultáneo en ambas bandas. También se mencionó que cuando se consideran guías de onda cuyo parámetro no lineal tiene una dependencia arbitraria con la frecuencia, la GNLSE resulta inadecuada para la descripción de la propagación de la luz. Esto motivó la derivación de la pcNLSE, que conserva el número de fotones y la energía para cualquier parámetro no lineal.



# Capítulo 6

## Conclusiones

*“Cuando estás solucionando un problema, no tenés que preocuparte. Ahora, después de que has resuelto el problema, entonces sí es momento de preocuparse”.*

— Richard Feynmann

Esta tesis se desarrolló en el marco de la óptica no lineal. Se estudiaron efectos relacionados a la propagación de luz en guías de onda que permiten la generación de efectos no lineales. En particular, se enfocó el trabajo en la región del espectro electromagnético correspondiente al infrarrojo medio (mid IR). La exploración de efectos ópticos en esta región es de interés debido al sinfín de aplicaciones que existen hoy en día como, por ejemplo, el diagnóstico por imágenes de enfermedades, tomografías, detección y sensado en el infrarrojo, etc. Particularmente, el desarrollo del trabajo se abordó sobre la base de un conjunto de fenómenos mediados por la susceptibilidad eléctrica de tercer orden,  $\chi^{(3)}$ . Este tipo de guías de onda permiten la generación de los procesos no lineales conocidos como el efecto Kerr óptico, el four-wave mixing (FWM), la inestabilidad modulacional (MI), el scattering de Raman estimulado (SRS) y el self-steepening, además de los efectos lineales asociados a la dispersión cromática. Estos efectos fueron estudiados sobre la base de la ecuación no lineal de Schrödinger generalizada (GNLSE), introduciendo la influencia de cada uno de ellos por separado. En un modelo completo de MI, se investigó la interrelación de los mencionados efectos de SRS y self-steepening. Esta interrelación fue estudiada previamente y existen publicaciones asociadas con esta temática. Sin embargo, aquí se exploró una región de parámetros en donde el modelo completo de MI predice una cohorte de fenómenos, cuyos resultados fueron la base de las publicaciones que se desprenden de esta tesis.

Este trabajo se inició con una introducción a la óptica no lineal (Capítulo 1), definiendo las ideas centrales en el contexto de la generación de supercontinuo y en las comunicaciones ópticas. En el Capítulo 2 se proporcionó una descripción total de los efectos no lineales que ocurren a lo largo de la propagación de campos ópticos intensos en guías de onda. Esta descripción concluye con un breve análisis de la GNLSE del cual se desprende el fenómeno

de MI, enfatizando las características de la denominada “ganancia de MI”. El conjunto de procesos no lineales descrito sentó las bases teóricas para la presentación de los primeros resultados mostrados en el Capítulo 3. En este capítulo se abordó el fenómeno de MI en el marco de un modelo completo que incluye el SRS y el self-steepening, donde este último efecto fue analizado desde un punto de vista diferente. El efecto de self-steepening, asociado habitualmente con un fenómeno que sufren los pulsos cortos y que proviene de la dependencia de velocidad de grupo con la amplitud del pulso, tiene otra implicancia en el marco de la MI y tiene que ver con la existencia de una potencia de corte (potencia de cutoff,  $P_{co}$ ) a partir de la cual desaparece la ganancia de MI. El efecto del self-steepening tiene un comportamiento prominente en el mid IR y, por este motivo, debe ser incluido en el análisis. Sin embargo, la inclusión de SRS permite que exista ganancia de MI aún para potencias mayores a la  $P_{co}$ . En esta región, que denominamos “Región dominada por Raman” (RdR), la ganancia de MI adopta la forma de la respuesta Raman del medio, pero en ambas bandas Stokes y anti-Stokes. En otras palabras, en la RdR el medio proporciona una ganancia de Raman con doble banda lateral. Además, en la RdR se encontró que el espectro de la ganancia de MI puede sintonizarse variando la potencia del campo de bombeo de onda continua. Se dieron algunos ejemplos cuantitativos en los que en determinadas guías de onda, como por ejemplo fibras de vidrio calcogenuro con elevada no linealidad, puede barrerse un espectro de longitudes de onda de cientos de nanómetros en el mid IR para potencias del orden de 1-10 W. Los resultados asociados se publicaron en Sánchez, A. D. *et al.* “Tunable Raman gain in mid-IR waveguides”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 35 (1), 95–99, 2018.

El Capítulo 4 es una continuación del anterior, donde se estudia más en detalle la sintonizabilidad de las bandas laterales. La capacidad de sintonizar la ganancia de MI en la RdR no es ilimitada; conforme aumenta la potencia del pump, la frecuencia del máximo de la ganancia tiende a la del máximo de la ganancia Raman. Sin embargo, la tendencia es asintótica y sesgada; es decir, los máximos quedan separados por una cierta frecuencia. Se demostró que esa frecuencia depende de la contribución fraccional de Raman,  $f_R$ , que media la interacción Raman y Kerr, y que depende de la composición material de la guía de onda. Este resultado motivó el diseño de un método que permite medir el valor de  $f_R$  a partir de la estimación del máximo de la ganancia de MI en la región asintótica de la RdR. Este método presenta errores menores a 10 % en la estimación, mejorando categóricamente los métodos estándar. La publicación asociada con estos resultados es Sánchez, A. D. *et al.* “Simple method for estimating the fractional Raman contribution”. *Opt. Lett.*, 44 (3), 538–541, 2019.

En el Capítulo 5 se atacó el problema de la interrelación de los efectos no lineales mencionados en el marco del número de fotones de cada componente espectral. El efecto del self-steepening nuevamente entra en juego, pero ahora como el responsable de la conservación del número de fotones de un campo óptico propagante en una guía de onda. En particular, se analizó el caso en el que dicho parámetro tiene una dependencia lineal con la frecuencia; más aun, tiene una pendiente particular y única con la que se conserva el número de fotones,

y cualquier otro valor hace que el número de fotones no se conserve. Esto es presentado como un defecto de la GNLSE, ya que el número de fotones debería conservarse en cualquier caso en el que no se incluyan efectos de pérdidas. El estudio de esta interrelación permitió demostrar que en la RdR el crecimiento de los fotones en las bandas Stokes y anti-Stokes es simultáneo, dando lugar a un proceso del tipo pseudoparamétrico. Esto permite pensar a la RdR como una región en la que, mediante la inclusión del SRS, el medio se comporta como si tuviera una región de ganancia Raman que incluye, además, la banda anti-Stokes. La publicación asociada a estos resultados es Sánchez, A. D. *et al.* “Anti-Stokes Raman gain enabled by modulation instability in mid-IR waveguides”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 35 (11), 2828–2832, 2018. En este capítulo también se hizo mención a otras publicaciones asociadas a esta tesis. Estos trabajos, listados en la sección “Publicaciones asociadas”, tratan con una modificación a la GNLSE que corrige el mencionado problema de la conservación de fotones para un parámetro no lineal arbitrario. En estos trabajos se denominó a la nueva ecuación como “pcNLSE”, donde el prefijo “pc” (del inglés, *photon conserving*) da cuenta del hecho de que la ecuación conserva fotones cualquiera sea el parámetro no lineal considerado. Dicha ecuación fue derivada a partir de una descripción cuántica de la propagación de luz en guías de onda en la que, por razones de simplicidad, se consideró válida la regla de Miller.

## 6.1. Perspectivas y propuestas futuras

La propuesta para el trabajo futuro se divide en dos partes. La primera es acerca de los resultados expuestos en esta tesis. Se propone la comprobación experimental de los resultados analíticos desarrollados en esta tesis. La sintonizabilidad de la ganancia de MI en la RdR es una consecuencia de la interrelación de los efectos de FWM, self-steepening y SRS. Sin embargo, al entendimiento de quien escribe este trabajo, no hay referencias bibliográficas que evidencien este escenario. Para lograr este cometido es necesario que las guías de onda empleadas tengan un parámetro no lineal lo suficientemente grande como para que las intensidades involucradas no dañen el material y sea posible observar los efectos mencionados. Por otra parte, la verificación experimental de la RdR y de la respuesta asintótica de la  $g_{MI}$  es indispensable para implementar y evaluar el método de estimación de  $f_R$  expuesto en el Capítulo 4.

La segunda propuesta consiste en la inspección de las propiedades ópticas de una guía de onda que presente un parámetro no lineal arbitrario con el objetivo de estudiarla con la pcNLSE (Ec. 5.35). La pcNLSE fue derivada para calcular la propagación de campos ópticos en guías de onda con un parámetro no lineal arbitrario, de modo que el número de fotones y la energía se conserven. Este tipo de medios no lineales pueden ser fabricados, por ejemplo, dopando una guía de onda convencional con nanopartículas (NPs) metálicas, tal como se mencionó en la Sección 5.4. En las referencias citadas, los autores propusieron modelar la

propagación de luz en PCFs dopadas con NPs de plata, donde mostraron la existencia de una longitud de onda en la que se anula el parámetro no lineal. Esto implica que la guía de onda presenta un  $\gamma(\omega)$  que cambia de signo y, por lo tanto, es interesante explorar la dinámica alrededor de esa longitud de onda. Sin embargo, en las referencias citadas el modelado de la evolución de los campos ópticos se llevó a cabo con la GNLSE o modificaciones de la misma. Según lo expuesto en la Sección 5.4, este tipo de análisis lleva a resultados físicamente incorrectos, por lo que se propone modelar este tipo guías de onda con parámetro no lineal arbitrario usando la pcNLSE. Para tal fin, se plantea como perspectiva futura el estudio de guías de onda dopadas con nanopartículas metálicas, calculando previamente el parámetro no lineal a partir de la teoría de medio efectivo de Maxwell Garnett, con sus extensiones para partículas anisotrópicas y que presentan respuesta no lineal. En el Apéndice E se detalla una propuesta de cómo calcular el parámetro no lineal en un esquema como el expuesto.

# Apéndice A

## Simulaciones numéricas

Este apéndice trata sobre el método para resolver numéricamente la GNLSE. Contiene una breve introducción que describe el Split-Step Fourier Method (SSFM) y la variante del mismo que incorpora el método de Runge-Kutta de orden 4 en el *interaction picture* (RK4IP). Finalmente, se detalla la implementación de un código que está diseñado para ser ejecutado sobre un esquema híbrido de cálculo utilizando una unidad de procesamiento gráfico (GPU, por su sigla en inglés). Con este tipo de implementación se consigue una aceleración respecto de un cálculo exclusivo en CPU. Esta necesidad proviene de la cantidad de transformadas de Fourier que se realiza en la ejecución del algoritmo. La aceleración se pone en evidencia cuando se consideran vectores cuyo tamaño es superior a  $2^{14}$  elementos

### A.1. El algoritmo SSFM

La forma más común para resolver la GNLSE es a través del SSFM, que consiste en tratar por separado las partes lineal y no lineal y discretizando la guía de onda a lo largo de la dirección  $z$  en pasos de longitud  $h$  [39]. Esta manera de tratar el problema introduce un error de orden cuadrático,  $\mathcal{O}(h^2)$ . Sin embargo, la inclusión de efectos de orden superior y SRS requieren una extensión adicional. En las Refs. [134, 135] se implementó un esquema similar para resolver la ecuación de Gross–Pitaevskii para condensados de Bose-Einstein. Dicha ecuación tiene una forma similar a la GNLSE pero con las variables de tiempo y espacio intercambiadas. Basado en este esquema, Johan Hult propuso un algoritmo cuyo error es de cuarto orden,  $\mathcal{O}(h^4)$  para la resolución numérica de la GNLSE [136]. Partiendo de la GNLSE

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A + i\hat{\beta}A + i\left(\gamma_0 + \frac{i\gamma_0}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial T}\right)\left(A\int_{-\infty}^{+\infty}R(T')|A(z, T - T')|^2dT'\right), \quad (\text{A.1})$$

se escinde el problema en la parte dispersiva o lineal, que involucra la dispersión cromática y la atenuación, y la parte no lineal que incluye los efectos Kerr, SRS y self-steepening. Esto

da lugar a un planteo del tipo

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) A, \quad (\text{A.2})$$

donde los operadores lineal,  $\hat{D}$ , y no lineal,  $\hat{N}$ , se definen como

$$\hat{D} = -\frac{\alpha}{2} - \left( \sum_{m \geq 2} \beta_m \frac{i^{m-1}}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} \right) \quad (\text{A.3})$$

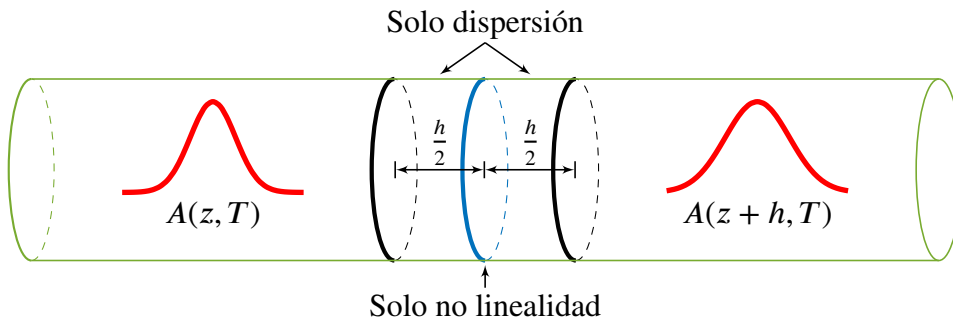
y

$$\hat{N} = i \frac{1}{A} \left( \gamma_0 + \frac{i\gamma_0}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left( (1 - f_R) A |A|^2 + f_R A \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right). \quad (\text{A.4})$$

Para cada paso, el problema se escribe como

$$A(z + h, T) \approx \exp \left( \frac{h}{2} \hat{D} \right) \exp \left( \int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \right) \exp \left( \frac{h}{2} \hat{D} \right) A(z, T) \quad (\text{A.5})$$

donde la parte lineal se resuelve convenientemente en el dominio de la frecuencia al propagarse una distancia  $h/2$ . Se aplica la transformada de Fourier rápida (FFT, por su sigla en inglés) y se resuelve en el dominio del tiempo la respuesta no lineal. Luego, se vuelve a aplicar la FFT y el semipaso restante se vuelve a resolver linealmente en el dominio de la frecuencia. En la Fig. A.1 se muestra esquemáticamente cómo se particiona una guía de onda y cómo opera el SSFM.



**Figura A.1:** esquematización del SSFM y la discretización de la guía de onda.

El esquema propuesta en la Ec. A.5 tiene un error del orden de  $\mathcal{O}(h^2)$ . Este error proviene del hecho de que los operadores  $\hat{D}$  y  $\hat{N}$  no conmutan. Sin embargo, empleando el enfoque de Hult, la integral del operador no lineal en la Ec. A.5 se resuelve usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden en el *interaction picture* (RK4IP, por su sigla en inglés).

### A.1.1. Implementación del RK4IP

En el método RK4IP, la GNLSE se transforma al IP para separar el efecto de dispersión contenido en  $\hat{D}$  de los términos no lineales en  $\hat{N}$ , tal como en el caso previamente mencionado. Sin embargo, primero se realiza la transformación de la envolvente  $A(z, T)$  al IP según

$$A_I = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A. \quad (\text{A.6})$$

Al tomar derivada respecto de la distancia  $z$ , se obtiene la evolución para  $A_I$

$$\frac{\partial A_I}{\partial z} = \hat{N}_I A_I, \quad (\text{A.7})$$

donde  $\hat{N}_I$  es el operador no lineal en el IP, transformado según

$$\hat{N}_I = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \hat{N} \exp\left(-\frac{h}{2}\hat{D}\right). \quad (\text{A.8})$$

La Ec. A.7 se puede resolver, por ejemplo, usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden. El algoritmo para la evolución es

$$A_I = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A(z, T), \quad (\text{A.9})$$

$$k_1 = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A \left( h\hat{N}(A(z, T)) \right) A(z, T), \quad (\text{A.10})$$

$$k_2 = h\hat{N}(A_I + k_1/2) [A_I + k_1/2], \quad (\text{A.11})$$

$$k_3 = h\hat{N}(A_I + k_2/2) [A_I + k_2/2], \quad (\text{A.12})$$

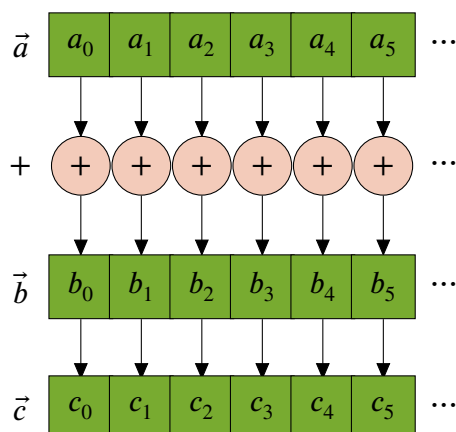
$$k_4 = h\hat{N} \left( \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) (A_I + k_3) \right) \times \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) [A_I + k_3], \quad (\text{A.13})$$

$$A(z + h, T) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) [A_I + k_1/6 + k_2/3 + k_3/3] + k_4. \quad (\text{A.14})$$

## A.2. Aceleración numérica usando GPU

La unidad de procesamiento gráfico o GPU tiene una arquitectura que consta de muchos núcleos o *cores*, fabricadas para resolver aquellos problemas que pueden ser “paralelizados”. Un tipo de problema como este puede partitionarse y calcular sus partes de manera independiente [137]. Las GPUs soportan arquitecturas del tipo SIMD (Single Instruction Multiple Data) y MIMD (Multiple Instruction Multiple Data), entre otras. En la primera, todos los núcleos ejecutan la misma instrucción cada uno actuando sobre un conjunto de datos. En la segunda, todos los núcleos operan sobre múltiples conjuntos de datos, cada uno ejecutando instrucciones independientes [138]. A diferencia de una “resolución secuencial”, la resolución en paralelo de un problema tiene la ventaja de minimizar el tiempo de cálculo. Un ejemplo típico es el de la suma de dos vectores, esquematizado en la Fig. A.2, en el que se

emplea la arquitectura SIMD. Conforme aumenta el número de elementos, la suma requerirá



**Figura A.2:** suma de dos vectores en una GPU.

mayor tiempo computacional en el caso de una suma secuencial, asociada a un ciclo *for* de iteración.

La empresa NVIDIA desarrolló una extensión del lenguaje de programación ANSI C, a la que llamaron CUDA C [139], y está desarrollada para la programación heterogénea (CPU y GPU). CUDA es una plataforma de programación en paralelo de propósito general que hace uso de la arquitectura de la GPU para resolver muchos problemas computacionalmente complejos de manera eficiente. La forma de paralelizar un problema en CUDA es mediante el lanzamiento de *kernels*, que son funciones que, además de recibir parámetros ordinarios (constantes, vectores, etc.), reciben el número de cores que se desea usar. La implementación de un kernel requiere un mínimo de esfuerzo en la escritura de código. A continuación se muestra el código elemental para la suma de dos vectores  $a + b = c$  y cuyo tamaño es SIZE.

```

1 __global__ void SUMA_GPU (Complex *a, Complex *b, Complex *c, int SIZE){
2     int idx = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
3
4     if (idx < SIZE){
5         c[idx].x = a[idx].x + b[idx].x;
6         c[idx].y = a[idx].x + b[idx].y;
7     }
8 }
9 /* Main, declaracion de variables,...*/
10
11 dim3 block(512);
12 dim3 grid((SIZE + block.x - 1) / block.x);
13 SUMA_GPU<<<grid,block>>>(a, b, c, SIZE);

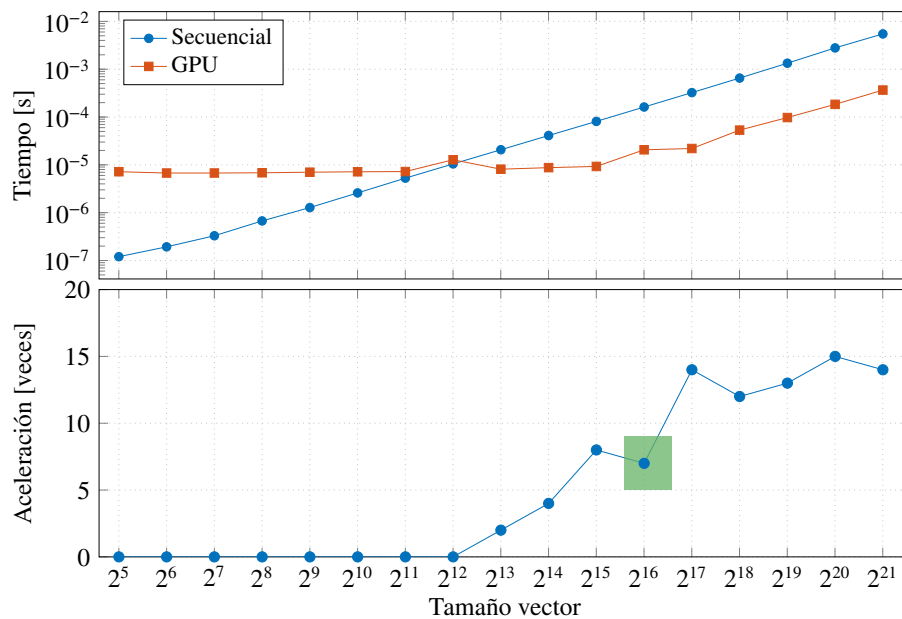
```

Las variables *grid* y *block* tienen información de la cantidad de cores que se emplearán en el cálculo [137, 138].

En la Fig. A.3 se muestra la suma de vectores realizada de manera secuencial comparada con la realizada con una GPU NVIDIA, modelo GeForce GTX 750 Ti (arriba). En la parte



inferior de la figura se muestra la aceleración obtenida en dicha operación, medida en veces.



**Figura A.3:** comparación entre el cálculo de la suma de dos vectores secuencial y paralela. (Arriba) Tiempo que toma realizar la operación como función del tamaño de los vectores; (abajo) Aceleración obtenida al paralelizar la suma vectorial medida en veces como función del tamaño de los vectores.

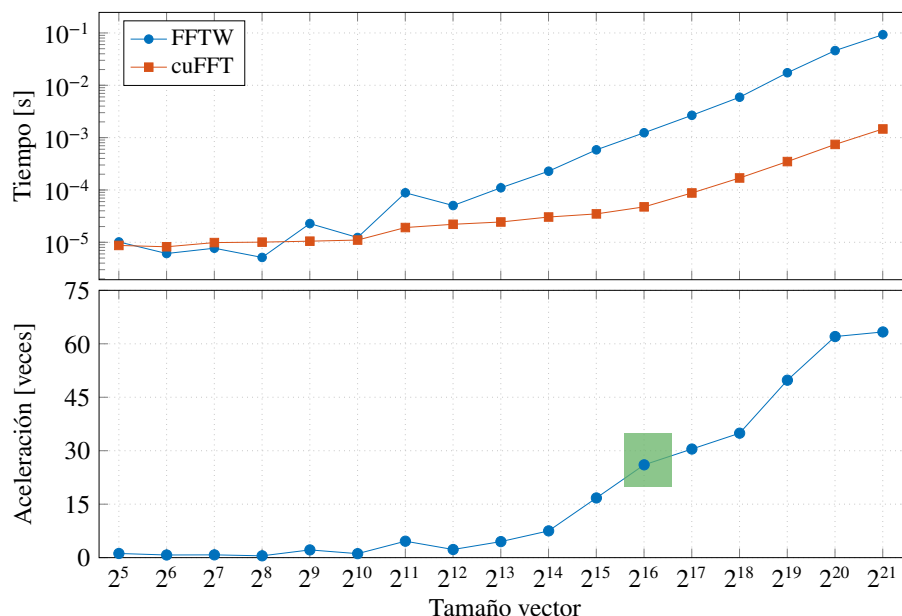
Como puede observarse, la aceleración obtenida con la GPU empleada es aproximadamente 7 veces respecto del cálculo secuencial para vectores cuyo tamaño es  $2^{16}$ . La implementación del algoritmo mostrado en las Ecs. A.9- A.14 calculan 8 FFTs en cada iteración. Con vectores cuyo tamaño es  $2^{16}$ , de modo de obtener una resolución en frecuencia de algunos GHz, y con discretizaciones en  $z$  de más de  $10^5$  pasos, para que la fase no lineal acumulada sea tal que el algoritmo no diverja, el empleo de una GPU acelera considerablemente los cálculos. Al igual que un kernel, con el uso de la librería CUFFT de CUDA, la resolución de una FFT requiere unas pocas líneas de código del tipo

```

1 // Define y reserva memoria de vectores en host y device
2 cufftComplex *h_input = (Complex*)malloc(nBytes);
3 Complex *h_transf = (Complex*)malloc(nBytes);
4 Complex *d_input, *d_transf;
5 cudaMalloc((void **)&d_input, nBytes);
6 cudaMalloc((void **)&d_transf, nBytes);
7 // Copia de host a device la entrada
8 cudaMemcpy(d_input, h_input, nBytes, cudaMemcpyHostToDevice);
9 // CUFFT plan
10 cufftHandle plan; cufftPlan1d(&plan, N, CUFFT_C2C, 1);
11 // Transforma la entrada
12 cufftExecC2C(plan, (Complex*)d_input, (Complex*)d_transf, CUFFT_FORWARD);
13 // Copia de device a host
14 cudaMemcpy(h_transf, d_transf, nBytes, cudaMemcpyDeviceToHost);

```

En la Fig. A.4 se muestra la comparación entre el tiempo que toma el cálculo de la FFT de manera secuencial y en la GPU, para distinto tamaño de vectores. La implementación de la FFT que se ejecuta secuencialmente es la denominada FFTW (Fastest Fourier Transform in the West, por su nombre en inglés) [140].



**Figura A.4:** comparación entre el cálculo de la FFT secuencial y paralela. (Arriba) Tiempo que toma realizar la operación como función del tamaño de los vectores; (abajo) Aceleración obtenida al paralelizar la FFT medida en veces como función del tamaño de los vectores.

Como puede observarse, la aceleración obtenida para vectores cuyo tamaño es  $2^{16}$  es aproximadamente 25 veces respecto del cálculo secuencial. Teniendo en cuenta que se realizan 8 FFTs por cada paso, la implementación en CUDA reduce substancialmente el tiempo de cómputo.

En resumen, para simular la propagación de luz en guías de onda se implementó el algoritmo conocido como Split-Step Fourier Method (SSFM), el cual divide el problema en sus partes lineal y no lineal, resolviendo la primera en el dominio de la frecuencia y la segunda en el tiempo. La guía de onda se discretiza en secciones o pasos de una cierta longitud y, en cada paso se calcula la evolución de la envolvente del campo eléctrico. Esto requiere ocho FFTs por paso de discretización para calcular las partes lineal y no lineal y, en consecuencia, demanda un considerable esfuerzo computacional si se tienen en cuenta vectores cuyo tamaño es  $2^{16}$ . Por este motivo, y con el fin de acelerar los cálculos, se implementó un esquema de programación híbrida que involucró una CPU y una unidad de procesamiento gráfico (GPU). La suma de vectores como así también la implementación de la FFT en este esquema son apropiadas ya que pueden obtenerse aceleraciones del orden de  $10\times$  y  $25\times$ , respectivamente, para el tamaño de vectores empleados y para la GPU usada. La aceleración conseguida no es en el total del código, sino solo las partes en las que el problema puede paralelizarse. La implementación del código completo con su descripción puede encontrarse en la Ref. [141].

# Apéndice B

## Relaciones de Kramers-Kronig

Para establecer las KKR, supongamos que

1.  $f(z) = f_1(z) + i f_2(z)$  es una función compleja, con  $z \in \mathbb{C}$ ,
2.  $f(z)$  es holomorfa en el semiplano superior,
3.  $f(z) \rightarrow 0$  cuando  $|z| \rightarrow \infty$ , más rápido que  $1/|z|$ .

Con estos supuestos, se definen las KKR como

$$f_1(a) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_2(z)}{z - a} dz, \quad (\text{B.1})$$

y

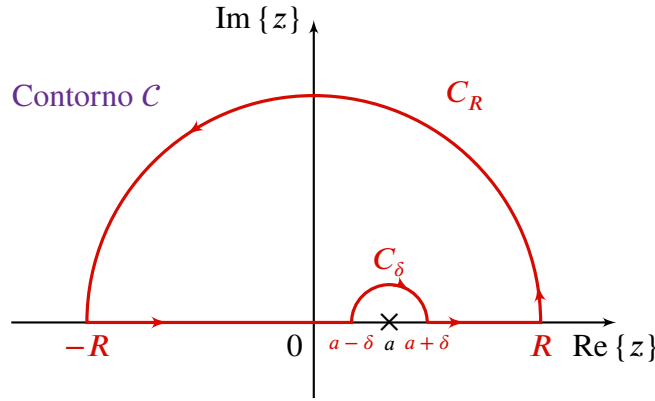
$$f_2(a) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1(z)}{z - a} dz, \quad (\text{B.2})$$

donde  $\mathcal{P}$  denota el valor principal de Cauchy, definido como

$$\mathcal{P} \int_{-R}^R f(x) dx = \lim_{\delta \rightarrow 0^+} \left[ \int_{-R}^{a-\delta} f(x) dx + \int_{a+\delta}^R f(x) dx \right], \quad (\text{B.3})$$

donde  $a$  es una singularidad finita. La resolución de las integrales en las Ecs. B.1 y B.2 se lleva a cabo mediante la extensión de variable real a variable compleja e integrando sobre un contorno  $C$  como el de la Fig. B.1. Se observa que el contorno evita la singularidad en  $z = a$  con un semicírculo de radio  $\delta$  centrado en  $a$ . La integral, por tanto, se resuelve según

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \oint_C \frac{f(z)}{z - a} dz = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[ \int_{C_R} \frac{f(z)}{z - a} dz + \int_{C_\delta} \frac{f(z)}{z - a} dz + \int_{-R}^{a-\delta} \frac{f(z)}{z - a} dz + \int_{a+\delta}^R \frac{f(z)}{z - a} dz \right].$$



**Figura B.1:** contorno de integración para la resolución de una integral con una singularidad en  $z = a$ .

La integral sobre el camino  $C_\delta$  es igual a  $-i\pi f(a)$ , mientras que la integral sobre el camino  $C_R$  es igual a 0 como consecuencia de la tercera de las suposiciones que se enunciaron al principio. Usando la definición de valor principal de Cauchy en la Ec. B.3, y teniendo en cuenta que  $R \rightarrow \infty$ , se tiene que

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \oint_C \frac{f(z)}{z-a} dz = \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(z)}{z-a} dz - i\pi f(a). \quad (\text{B.4})$$

Por el teorema de Cauchy-Goursat, la integral sobre un contorno cerrado  $C$  de una función holomorfa  $g(z)$  sin singularidades dentro del contorno de integración, es idénticamente nula [142]

$$\oint_C g(z) dz = 0,$$

y, en consecuencia, el miembro izquierdo de la Ec. B.4 es nulo. Con esto se obtiene que

$$f(a) = \frac{1}{i\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(z)}{z-a} dz. \quad (\text{B.5})$$

Finalmente, usando que  $f(z) = f_1(z) + if_2(z)$ , e igualando las partes real e imaginaria de la Ec. B.5 se obtienen las KKR de las Ecs. B.1 y B.2.

# Apéndice C

## Cálculo de la ganancia de MI asintótica

En este apéndice se deriva la expresión de la  $g_{\text{MI}}$  en el régimen asintótico (Ec. 4.3). El punto de partida son las Ecs. 3.2 y 3.1, definidas como

$$g_{\text{MI}} = -2 \max \{ \text{Im} \{ K_1(\Omega) \}, \text{Im} \{ K_2(\Omega) \}, 0 \}, \quad (\text{C.1})$$

y

$$K_{1,2}(\Omega) = \tilde{\beta}_o + P_0 \gamma_0 \omega_0^{-1} \Omega (1 + \tilde{R}) \pm \sqrt{(\tilde{\beta}_e + 2\gamma_0 P_0 \tilde{R}) \tilde{\beta}_e + P_0^2 \gamma_0^2 \omega_0^{-2} \Omega^2 \tilde{R}^2}, \quad (\text{C.2})$$

respectivamente. Los operadores de dispersión par e impar, respectivamente, se definen como

$$\tilde{\beta}_e = \sum_{n \geq 1} \frac{\beta_{2n}}{(2n)!} \Omega^{2n} \quad (\text{C.3})$$

y

$$\tilde{\beta}_o = \sum_{n \geq 1} \frac{\beta_{2n+1}}{(2n+1)!} \Omega^{2n+1}. \quad (\text{C.4})$$

Encontrar la  $g_{\text{MI}}$  asintótica, o  $g_{\text{MI}}^\infty$ , implica tomar el límite para potencias grandes, es decir  $\lim P_0 \rightarrow \infty g_{\text{MI}}$ . Para ello, tomemos la parte imaginaria de la Ec. C.2 y la reescribimos según

$$\text{Im} \{ K_{1,2} \} = \text{Im} \left\{ A - \sqrt{B + A^2} \right\} = \text{Im} \left\{ A - A^2 \sqrt{\frac{B}{M^2} + 1} \right\}, \quad (\text{C.5})$$

donde  $A = P_0 \gamma_0 \omega_0^{-1} \Omega \tilde{R}$  y  $B = (\tilde{\beta}_e + 2\gamma_0 P_0 \tilde{R}) \tilde{\beta}_e$ , y donde se considerará el signo  $-$ , ya que si se considera el signo  $+$  el límite diverge. Debido a que este límite presenta una indeterminación del tipo  $\infty - \infty$ , se calcula la serie de Taylor de la raíz cuadrada para salvar dicha indeterminación, de modo que se desarrolló hasta el segundo orden para que el límite no se anule. Se observa que la raíz cuadrada es de la forma  $\sqrt{1 + \epsilon}$ , con  $\epsilon \ll 1$ , ya que  $B/A^2 \ll 1$  cuando

$P_0 \gg 1$ , de modo que el límite resulta

$$\lim_{P_0 \rightarrow \infty} \text{Im} \left\{ A - A^2 \sqrt{\frac{B}{A^2} + 1} \right\} = \text{Im} \left\{ A - A^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A^2} - \frac{1}{4} \frac{B^2}{A^4} \right) \right\}. \quad (\text{C.6})$$

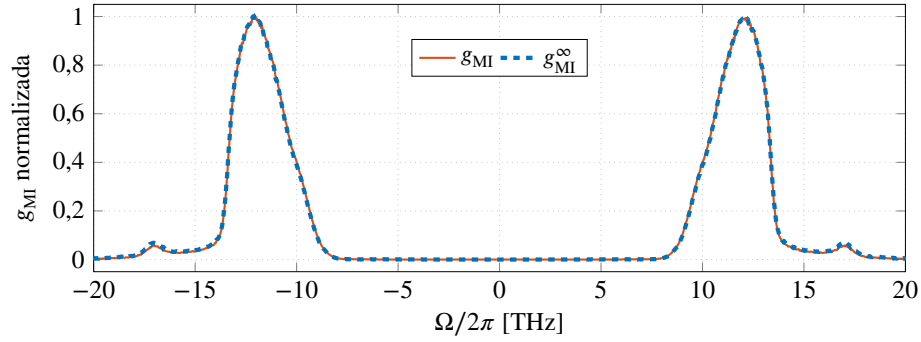
Usando las Ecs. C.1 y C.6, y tomando el valor absoluto se obtiene

$$\lim_{P_0 \rightarrow \infty} g_{\text{MI}} = \left| \text{Im} \left\{ \frac{BA^2 - 1/2B^2}{A^3} \right\} \right|. \quad (\text{C.7})$$

Reemplazando las cantidades en  $A$  y  $B$ , y usando  $\tilde{\beta}_e + 2\gamma_0 P_0 \tilde{R} \approx 2\gamma_0 P_0 \tilde{R}$  y que  $\tilde{\beta}_e = \beta_2 \Omega^2 / 2$ , se obtiene

$$g_{\text{MI}}^\infty(\Omega, p) = \frac{|\beta_2| \omega_0}{2p} |\Omega| \left| \text{Im} \{ \tilde{R}^{-1} \} \right|, \quad (\text{C.8})$$

recuperando la Ec. 4.3. En la Fig. C.1 se muestra la validez de la Ec. C.8 para un valor de potencia normalizada  $p = 10$  al compararla con la Ec. 3.12.



**Figura C.1:** comparación entre la  $g_{\text{MI}}$  y  $g_{\text{MI}}^\infty$  para  $p = 10$  y  $f_R = 0,10$ .

## Apéndice D

### Cálculo de los momentos en un proceso de FWM degenerado

En este apéndice se deriva la expresión para los momentos de los fotones que intervienen en la inestabilidad modulacional. Como se mencionó, este proceso puede verse como un proceso de FWM degenerado en el que dos fotones en la frecuencia del pump se aniquilan y se crea un fotón en la banda Stokes y otro en la banda anti-Stokes. Para calcular los momentos se parte de la Ec. 5.2, la cual representa un campo en la entrada de una guía de ondas compuesto por un pump intenso y dos semillas, cuyas amplitudes verifican que  $|a_S|^2, |a_{AS}|^2 \ll P_0$ . Se considerará que las semillas están equiespaciadas en frecuencia respecto del pump en un valor  $\Omega$ . Por lo tanto, se tiene que

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} e^{ik_P z} + a_S(z) e^{ik_S z - i\Omega T} + a_{AS}(z) e^{ik_{AS} z + i\Omega T}. \quad (D.1)$$

La NLSE para este problema es

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma_0 A |A|^2. \quad (D.2)$$

Reemplazando la Ec. D.1 en la D.2 se obtienen términos para cada frecuencia según

$$\frac{\partial A}{\partial z} = ik_P \sqrt{P_0} e^{ik_P z} + \left( \frac{\partial a_S}{\partial z} + ik_S \right) e^{ik_S z - i\Omega T} + \left( \frac{\partial a_{AS}}{\partial z} + ik_{AS} \right) e^{ik_{AS} z + i\Omega T}, \quad (D.3)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = -\Omega^2 a_S e^{ik_S z - i\Omega T} - \Omega^2 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T}, \quad (D.4)$$

y

$$\begin{aligned}
A |A|^2 = & P_0 \sqrt{P_0} e^{ik_P z} + P_0 a_S^* e^{i(2k_P - k_S)z + i\Omega T} + P_0 a_{AS}^* e^{i(2k_P - k_{AS})z - i\Omega T} + P_0 a_S e^{ik_S z - i\Omega T} \\
& + \sqrt{P_0} a_S e^{ik_P z} + P_0 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T} + P_0 a_S e^{ik_S z - i\Omega T} + \sqrt{P_0} a_S e^{ik_P z} + a_S |a_S|^2 e^{ik_S z - i\Omega T} \\
& + \sqrt{P_0} a_S a_{AS} e^{-i(k_P - k_S - k_{AS})z} + |a_S|^2 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T} + |a_{AS}|^2 a_S e^{ik_S z - i\Omega T} + P_0 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T} \\
& + \sqrt{P_0} |a_{AS}|^2 e^{ik_P z} + \sqrt{P_0} a_S a_{AS} e^{-i(k_P - k_S - k_{AS})z} + |a_S|^2 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T} + a_S |a_{AS}|^2 e^{ik_S z - i\Omega T} \\
& + |a_{AS}|^2 a_{AS} e^{ik_{AS} z + i\Omega T} + \dots, \quad (D.5)
\end{aligned}$$

donde los puntos suspensivos denotan términos cuyas frecuencias son múltiplos de la frecuencia  $\Omega$  y no serán tenidos en cuenta para este análisis. Reemplazando las Ecs. D.3, D.4 y D.5 en la Ec. D.2, y ordenando por frecuencias, se obtiene que

$$\begin{cases} k_P = \gamma_0 P_0, \\ k_S = \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + 2\gamma_0 P_0, \\ k_{AS} = \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + 2\gamma_0 P_0. \end{cases} \quad (D.6)$$

El momento  $k_P$  experimenta la SPM a través de  $\gamma_0 P_0$ , mientras que los momentos  $k_S$  y  $k_{AS}$  experimentan la XPM a través del término  $2\gamma_0 P_0$ , además de la dispersión. Adicionalmente, se tienen términos dependientes de  $z$ , con los que se obtienen las ecuaciones de propagación para las amplitudes de las semillas, según

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} a_S \\ a_{AS}^* \end{bmatrix} = i\gamma P_0 \begin{bmatrix} 0 & e^{i\Delta k z} \\ -e^{-i\Delta k z} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_S \\ a_{AS}^* \end{bmatrix}. \quad (D.7)$$



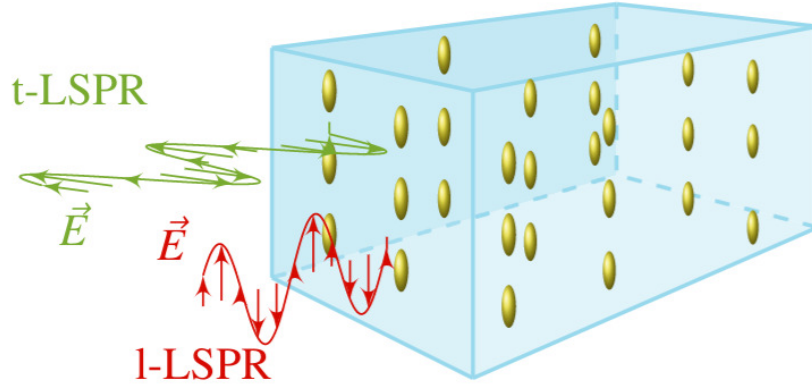
## Apéndice E

# Cálculo del parámetro no lineal en una guía de ondas dopada con nanopartículas metálicas

En este apéndice se propone el estudio de una guía de onda compuesta por un material dieléctrico o *host* dopado con NPs metálicas o *inclusions*. En particular, surgió interés por la combinación de efectos plasmónicos en NPs metálicas con las no linealidades que pueden surgir en una guía de ondas con estas características. Esto sugiere la idea de una guía de onda cuyo host podría ser sílice, mientras que las inclusiones pueden ser las denominadas “nanobarras de oro” (AuNRs, por su sigla en inglés). Este tipo de NPs tienen una anisotropía en su morfología; son *clusters* de átomos que conforman una geometría similar a la de un cilindro. En particular, estas NPs presentan dos resonancias, conocidas como “resonancia plasmónica superficial localizada” (LSPR, por su sigla en inglés), las cuales son una longitudinal (solidaria con el eje principal de la NP) y una transversal (ortogonal a la anterior). Como consecuencia de la existencia de dos LSPRs, un medio con AuNRs todas alineadas exhibe un comportamiento que dependerá de la orientación de la polarización de la luz incidente. Por otra parte, tal como se mencionó en la Sección 5.4, Sipe y Boyd [113] demostraron que la inclusión de elementos metálicos en un medio dieléctrico incrementa las propiedades ópticas no lineales. Esto sugiere que dicha guía de onda presentará dos regímenes no lineales según se excite una u otra de las LSPR. En la Fig. E.1 se muestra esquemáticamente la guía de onda propuesta.

El problema para describir las propiedades ópticas de esta guía de onda puede atacarse usando el modelo de Maxwell Garnett (MG) [143, 144], basado en una teoría de medio efectivo. Este modelo supone que un medio dopado puede expresarse por una función dieléctrica

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_h \frac{1 + 2f\sigma}{1 - f\sigma}, \quad (\text{E.1})$$



**Figura E.1:** esquematización de la guía de onda propuesta. Consiste en una matriz dieléctrica (en este caso se consideró sílice) y cuyas inclusiones son AuNRs alineadas. Se representan, además, las dos polarizaciones que excitan las LSPRs longitudinal (I-LSPR) y transversal (t-LSPR).

con el factor de campo local dado por

$$\sigma = \frac{\epsilon_i - \epsilon_h}{\epsilon_i + 2\epsilon_h}, \quad (\text{E.2})$$

donde  $\epsilon_h$  y  $\epsilon_i$  son las funciones dieléctricas del host e inclusiones, respectivamente, y  $f$  es el “factor de llenado” definido como la densidad de las partículas multiplicada por el volumen medio de cada una. Las Ecs. E.1 y E.2 son válidas para inclusiones esféricas, de diámetro medio  $a$  y separación media entre partículas  $b$ , y donde la longitud de onda incidente verifica que  $a \ll b \ll \lambda$ . Para incluir los efectos de la anisotropía de las AuNRs deben incorporarse los denominados “factores de depolarización” [145, 146]. Para partículas elipsoidales, con las que pueden aproximarse las propiedades ópticas de las AuNRs [147], existen expresiones analíticas para los factores de depolarización. En particular, para elipsoides “estirados”, donde hay dos ejes menores y uno mayor, el factor de depolarización para el eje mayor se escribe como

$$L_a = \frac{1 - e^2}{e^2} \left[ \frac{1}{2e} \ln \left( \frac{1 + e}{1 - e} \right) - 1 \right], \quad (\text{E.3})$$

donde  $a$  es el eje mayor,  $b = c$  los ejes menores,  $e^2 = 1 - AR^{-2}$ ,  $AR = a/b$  y  $L_b = L_c = 1/2(1 - L_a)$ . Se verifica, además, que  $L_a + L_b + L_c = 1$ . Por lo tanto, reescribiendo la Ec. E.1 para una guía de onda que contiene AuNRs alineadas se obtiene que

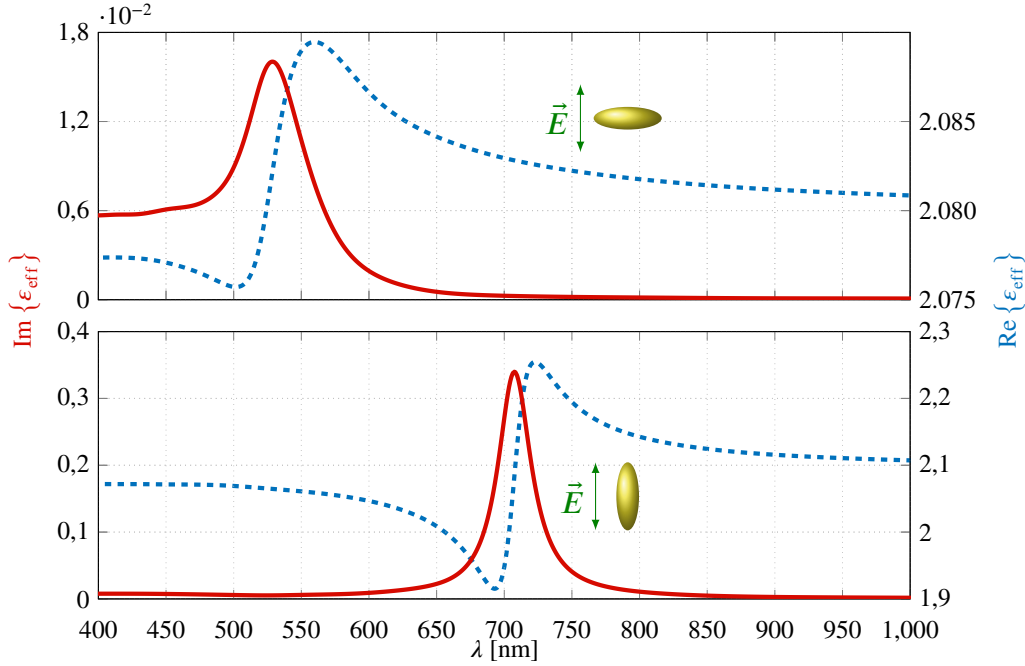
$$(\epsilon_{\text{eff}})_p = \epsilon_h \frac{1 + 2f\tilde{\sigma}_p}{1 - f\tilde{\sigma}_p}, \quad (\text{E.4})$$

con el factor de campo local anisótropo dado por

$$\tilde{\sigma}_p = \frac{1}{3} \frac{\epsilon_i - \epsilon_h}{\epsilon_h + L_p(\epsilon_i - \epsilon_h)}, \quad (\text{E.5})$$

donde el subíndice  $p$  indica la polarización y  $L_p$  indica el respectivo factor de depolarización.

En la Fig. E.2 se muestra, para ambas LSPRs, la función diéctrica efectiva para una guía de ondas dopada con AuNRs.



**Figura E.2:** Partes real e imaginaria de  $\epsilon_{\text{eff}}$  para la guía de onda y para ambas LSPRs. Los máximos de  $\text{Im}\{\epsilon_{\text{eff}}\}$  representan las longitudes de onda de las LSPR.

Como se mencionó, Sipe y Boyd [113] proporcionaron una expresión para la susceptibilidad de tercer orden efectiva en un medio como este según

$$\chi_{\text{eff}}^{(3)} = \chi_i^{(3)} \frac{f}{|P|^2 P^2} + \chi_h^{(3)} \frac{1 - f\Sigma}{(1 - f\sigma)^2 |1 - f\sigma|^2}, \quad (\text{E.6})$$

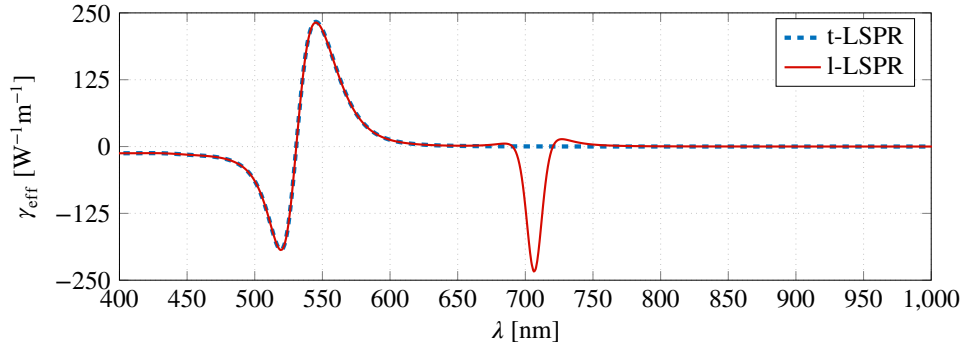
donde  $\Sigma = 1 - 0,4 [4\sigma^2 |\sigma|^2 + (3\sigma |\sigma|^2 + \sigma^3) + 9(|\sigma|^2 + \sigma^2)]$ ,  $\chi_h^{(3)}$  y  $\chi_i^{(3)}$  son las susceptibilidades de tercer orden del host y las inclusiones, respectivamente, y  $P = (1 - f\sigma)(\epsilon_i + 2\epsilon_h)/3\epsilon_h$ . Reemplazando el factor de campo local anisotrópico de la Ec. E.5 en la Ec. E.6 se obtiene una expresión para  $\chi_{\text{eff}}^{(3)}$  que depende de la LSPR longitudinal o transversal. Utilizando las definiciones de  $n_2$  y  $\gamma(\omega)$  en el marco de esta teoría efectiva, se llega a

$$(n_{2,\text{eff}})_p = \text{Re} \left\{ \frac{3(\chi_{\text{eff}}^{(3)})_p}{4\epsilon_0 c (\epsilon_{\text{eff}})_p} \right\}, \quad (\text{E.7})$$

y

$$(\gamma_{\text{eff}})_p = \frac{2\pi(n_{2,\text{eff}})_p}{\lambda A_{\text{eff}}}, \quad (\text{E.8})$$

donde  $(n_{2,\text{eff}})_p$  y  $(\gamma_{\text{eff}})_p$  son el índice de refracción y parámetro no lineales para cada polarización, identificada con el subíndice  $p$ ,  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $A_{\text{eff}}$  el área efectiva. En la Fig. E.3 se muestra el cálculo de  $\gamma_{\text{eff}}$  para ambas LSPRs, con  $\chi_h^{(3)} = 2,233 \times$



**Figura E.3:**  $\gamma_{\text{eff}}$  calculado para las dos LSPRs.

$10^{-22} \text{ m}^2/\text{V}^2$  [123],  $\chi_i^{(3)} = (4,16 - 9,38i) \times 10^{-17} \text{ m}^2/\text{V}^2$  [148] y  $A_{\text{eff}} = 16 \mu\text{m}^2$ .

De esta manera, se obtuvo una guía de onda realista en la que el parámetro no lineal puede adoptar una forma muy diferente al analizado en los capítulos desarrollados en la tesis. Este tipo de medio no lineal muestra que incorporando NPs anisótropas es posible obtener comportamientos no lineales que resultan interesantes para su exploración mediante la aplicación de la pcNLSE.

# Bibliografía

- [1] Boyd, R. W. Nonlinear Optics. Academic Press, 2008.
- [2] Kerr, J. Liv. A new relation between electricity and light: Dielectrified media birefringent (second paper). *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **50** (333), 446–458, 1875.
- [3] Pockels, F. Ueber den einfluss elastischer deformationen, speciell einseitigen druckes, auf das optische verhalten krystallinischer körper. *Ann. Phys.*, **273** (6), 269–305, 1889.
- [4] Brillouin, L. Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène-influence de l’agitation thermique. *Ann. Phys.*, **9** (17), 88–122, 1922.
- [5] Raman, C. V. A new radiation. *Indian J. Phys.*, **2**, 387–398, 1928.
- [6] Smekal, A. Zur quantentheorie der dispersion. *Naturwissenschaften*, **11** (43), 873–875, 1923.
- [7] Powers, P. E., Haus, J. W. Fundamentals of nonlinear optics. CRC Press, 2017.
- [8] Göppert-Mayer, M. Über elementarakte mit zwei quantensprüngen. *Ann. Phys.*, **401** (3), 273–294, 1931.
- [9] Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, **47** (10), 777, 1935.
- [10] Franken, P. A., Hill, A. E., Peters, W., Weinreich, G. Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, **7** (4), 118, 1961.
- [11] Maiman, T. H. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, **187**, 493, Aug 1960.
- [12] URL <https://www.jwst.nasa.gov>.
- [13] URL <https://www.fibre-systems.com>.
- [14] Picqué, N., Hänsch, T. W. Mid-IR Spectroscopic Sensing. *Optics and Photonics News*, **30** (6), 26–33, 2019.

- [15] Ebrahim-Zadeh, M. Optical Parametric Oscillators: Towards Longest Mid-IR Wavelengths and Shortest Few-Cycle Pulses. *Nonlinear Optics*, 2015.
- [16] Kostyukova, N. Y., Boyko, A. A., Badikov, V., Badikov, D., Shevyrdyaeva, G., Panyutin, V., *et al.* Widely tunable in the mid-IR BaGa<sub>4</sub>Se<sub>7</sub> optical parametric oscillator pumped at 1064 nm. *Opt. Lett.*, **41** (15), 3667–3670, 2016.
- [17] Kumar, S. C., Schunemann, P. G., Zawilski, K. T., Ebrahim-Zadeh, M. Advances in ultrafast optical parametric sources for the mid-infrared based on CdSiP<sub>2</sub>. *J. Opt. Soc. Am. B*, **33** (11), D44–D56, 2016.
- [18] Alfano, R. R., Shapiro, S. Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses. *Phys. Rev. Lett.*, **24** (11), 592, 1970.
- [19] Alfano, R., Shapiro, S. Emission in the region 4000 to 7000 angstroms via four-photon coupling in glass. *Phys. Rev. Lett.*, **24** (11), 584, 1970.
- [20] Dudley, J. M., Genty, G., Coen, S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 1135–1184, 2006.
- [21] Ranka, J. K., Windeler, R. S., Stentz, A. J. Visible continuum generation in air–silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm. *Opt. Lett.*, **25** (1), 25–27, 2000.
- [22] Orava, J., Kohoutek, T., Greer, A. L., Fudouzi, H. Soft imprint lithography of a bulk chalcogenide glass. *Opt. Mater. Express*, **1** (5), 796–802, 2011.
- [23] Frerichs, R. New optical glasses with good transparency in the infrared. *J. Opt. Soc. Am. B*, **43** (12), 1153–1157, 1953.
- [24] Hilton, A. R., Kemp, S. Chalcogenide glasses for infrared optics. McGraw-Hill New York, 2010.
- [25] Eggleton, B. J., Luther-Davies, B., Richardson, K. Chalcogenide photonics. *Nat. Photonics*, **5** (3), 141–148, 2011.
- [26] Fairman, R., Ushkov, B. Semiconducting Chalcogenide Glass I: Glass Formation, Structure, and Simulated Transformations in Chalcogenide Glasses. Academic Press, 2004.
- [27] Zhang, X., Guimond, Y., Bellec, Y. Production of complex chalcogenide glass optics by molding for thermal imaging. *J. Non-Cryst. Solids*, **326**, 519–523, 2003.
- [28] Ovshinsky, S. R. Reversible electrical switching phenomena in disordered structures. *Phys. Rev. Lett.*, **21** (20), 1450, 1968.

- [29] Wang, C. C. Empirical relation between the linear and the third-order nonlinear optical susceptibilities. *Phys. Rev. B*, **2** (6), 2045, 1970.
- [30] Sanghera, J., Shaw, L., Busse, L., Nguyen, V., Pureza, P., Cole, B., *et al.* Development and infrared applications of chalcogenide glass optical fibers. *Fiber & Integrated Optics*, **19** (3), 251–274, 2000.
- [31] Dudley, J. M., Taylor, J. R. (eds.) *Supercontinuum Generation in Optical Fibers*. Cambridge University Press, 2010.
- [32] Stolen, R. H., Ippen, E. P. Raman gain in glass optical waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, **22** (6), 276–278, 1973.
- [33] Islam, M. N. *Raman amplifiers for telecommunications 1: Physical Principles*. Springer, 2004.
- [34] Stolen, R. H., Tomlinson, W. J., Haus, H. A., Gordon, J. P. Raman response function of silica-core fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6** (6), 1159–1166, 1989.
- [35] Gonzalez-Herraez, M., Sylvestre, T. *Nonlinear Effects in Optical Fibers*. 2011.
- [36] Rafique, D., Rahman, T., Napoli, A., Palmer, R., Slovak, J., de Man, E., *et al.* 9.6 Tb/s CP-QPSK transmission over 6500 km of NZ-DSF with commercial hybrid amplifiers. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **27** (18), 1911–1914, 2015.
- [37] Alfano, R. R., *et al.* *The supercontinuum laser source*. Springer, 1989.
- [38] DeMartini, F., Townes, C., Gustafson, T., Kelley, P. Self-steepening of light pulses. *Phys. Rev.*, **164** (2), 312, 1967.
- [39] Agrawal, G. *Nonlinear Fiber Optics*. Optics and Photonics. Academic Press, 2012.
- [40] Thielen, P., Shaw, L., Pureza, P., Nguyen, V., Sanghera, J., Aggarwal, I. Small-core As-Se fiber for Raman amplification. *Opt. Lett.*, **28** (16), 1406–1408, 2003.
- [41] Slusher, R. E., Lenz, G., Hodelin, J., Sanghera, J., Shaw, L. B., Aggarwal, I. D. Large Raman gain and nonlinear phase shifts in high-purity As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> chalcogenide fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, **21** (6), 1146–1155, 2004.
- [42] Fortier, T., Baumann, E. 20 years of developments in optical frequency comb technology and applications. *Communications Physics*, **2** (1), 1–16, 2019.
- [43] Schliesser, A., Picqué, N., Hänsch, T. W. Mid-infrared frequency combs. *Nat. Photonics*, **6** (7), 440, 2012.

- [44] Gaeta, A. L., Lipson, M., Kippenberg, T. J. Photonic-chip-based frequency combs. *Nat. Photonics*, **13** (3), 158–169, 2019.
- [45] Jackson, J. D. Classical electrodynamics. New York, John Wiley & Sons, 1999.
- [46] Santaló, L. A. Vectores y tensores con sus aplicaciones. Eudeba, 1985.
- [47] New, G. Introduction to Nonlinear Optics. Cambridge University Press, 2011.
- [48] Dmitriev, V. G., Gurzadyan, G. G., Nikogosyan, D. N. Handbook of nonlinear optical crystals, tomo 64. Springer, 2013.
- [49] Nye, J. F., *et al.* Physical properties of crystals: Their representation by tensors and matrices. Oxford University Press, 1985.
- [50] Armstrong, J., Bloembergen, N., Ducuing, J., Pershan, P. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, **127** (6), 1918, 1962.
- [51] Shen, Y. R. The principles of nonlinear optics. Wiley-Interscience, 1984.
- [52] Arecchi, F., Bonifacio, R. Theory of optical maser amplifiers. *IEEE J. Quantum. Electron.*, **1** (4), 169–178, 1965.
- [53] Kelley, P. Self-focusing of optical beams. *Phys. Rev. Lett.*, **15** (26), 1005, 1965.
- [54] Mourou, G. A., Tajima, T., Bulanov, S. V. Optics in the relativistic regime. *Rev. Mod. Phys.*, **78** (2), 309, 2006.
- [55] Goldstein, H., Poole, C., Safko, J. Classical Mechanics. Addison Wesley, 2002.
- [56] Landau, L., Lifshitz, E. Mechanics. Vol. 1. Elsevier Science, 1982.
- [57] Hellwarth, R. W. Theory of stimulated Raman scattering. *Phys. Rev.*, **130** (5), 1850, 1963.
- [58] Shen, Y. R., Bloembergen, N. Theory of stimulated Brillouin and Raman scattering. *Phys. Rev.*, **137** (6A), A1787, 1965.
- [59] Woodbury, E., Ng, W. Ruby laser operation in near IR. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, **50** (11), 2367, 1962.
- [60] Eckhardt, G., Hellwarth, R., McClung, F., Schwarz, S., Weiner, D., Woodbury, E. Stimulated Raman scattering from organic liquids. *Phys. Rev. Lett.*, **9** (11), 455, 1962.
- [61] Ikeda, M. Stimulated Raman amplification characteristics in long span single-mode silica fibers. *Opt. Commun.*, **39** (3), 148 – 152, 1981.



- [62] Grosz, D. F., Agarwal, A., Banerjee, S., Maywar, D., Kung, A. All-Raman ultralong-haul single-wideband DWDM transmission systems with OADM capability. *J. Light-wave Technol.*, **22** (2), 423–432, 2004.
- [63] Islam, M. N. Raman amplifiers for telecommunications. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **8** (3), 548–559, 2002.
- [64] Husakou, A., Herrmann, J. Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers. *Phys. Rev. Lett.*, **87** (20), 203901, 2001.
- [65] Kodama, Y., Hasegawa, A. Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide. *IEEE J. Quantum. Electron.*, **23** (5), 510–524, 1987.
- [66] Blow, K., Wood, D. Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers. *IEEE J. Quantum. Electron.*, **25** (12), 2665–2673, 1989.
- [67] Mamyshev, P., Chernikov, S. V. Ultrashort-pulse propagation in optical fibers. *Opt. Lett.*, **15** (19), 1076–1078, 1990.
- [68] Biancalana, F., Skryabin, D. V., Russell, P. S. J. Four-wave mixing instabilities in photonic-crystal and tapered fibers. *Phys. Rev. E*, **68**, 046603, 2003.
- [69] Kolesik, M., Wright, E. M., Moloney, J. V. Simulation of femtosecond pulse propagation in sub-micron diameter tapered fibers. *Appl. Phys. B*, **79** (3), 293–300, 2004.
- [70] Brabec, T., Krausz, F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3282–3285, 1997.
- [71] Hu, J., Menyuk, C. R., Shaw, L. B., Sanghera, J. S., Aggarwal, I. D. Raman response function and supercontinuum generation in chalcogenide fiber. *Conference on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference and Photonic Applications Systems Technologies*, 2008.
- [72] Hu, J., Menyuk, C. R., Shaw, L. B., Sanghera, J. S., Aggarwal, I. D. Maximizing the bandwidth of supercontinuum generation in  $\text{As}_2\text{Se}_3$  chalcogenide fibers. *Opt. Express*, **18** (7), 6722, 2010.
- [73] Grischkowsky, D., Courtens, E., Armstrong, J. A. Observation of self-steepening of optical pulses with possible shock formation. *Phys. Rev. Lett.*, **31**, 422–425, 1973.
- [74] Islam, M. N., Mollenauer, L. F., Stolen, R. H., Simpson, J. R., Shang, H.-T. Cross-phase modulation in optical fibers. *Opt. Lett.*, **12** (8), 625–627, 1987.
- [75] Yang, G., Shen, Y. Spectral broadening of ultrashort pulses in a nonlinear medium. *Opt. Lett.*, **9** (11), 510–512, 1984.

- [76] Anderson, D., Lisak, M. Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides. *Phys. Rev. A*, **27** (3), 1393, 1983.
- [77] Zakharov, V. E., Ostrovsky, L. Modulation instability: the beginning. *Physica D*, **238** (5), 540–548, 2009.
- [78] Solli, D., Herink, G., Jalali, B., Ropers, C. Fluctuations and correlations in modulation instability. *Nat. Photonics*, **6** (7), 463–468, 2012.
- [79] Benjamin, T. B., Feir, J. The disintegration of wave trains on deep water Part 1. Theory. *J. Fluid Mech.*, **27** (3), 417–430, 1967.
- [80] Yuen, H. C., Lake, B. M. Instabilities of waves on deep water. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **12** (1), 303–334, 1980.
- [81] Demircan, A., Bandelow, U. Supercontinuum generation by the modulation instability. *Opt. Commun.*, **244** (1), 181–185, 2005.
- [82] Dudley, J. M., Genty, G., Dias, F., Kibler, B., Akhmediev, N. Modulation instability, Akhmediev breathers and continuous wave supercontinuum generation. *Opt. Express*, **17** (24), 21497–21508, 2009.
- [83] Solli, D., Ropers, C., Koonath, P., Jalali, B. Optical rogue waves. *Nature*, **450** (7172), 1054–1057, 2007.
- [84] Hammani, K., Finot, C., Kibler, B., Millot, G. Soliton generation and rogue-wave-like behavior through fourth-order scalar modulation instability. *Photonics Journal, IEEE*, **1** (3), 205–212, 2009.
- [85] Akhmediev, N., Soto-Crespo, J. M., Ankiewicz, A. How to excite a rogue wave. *Phys. Rev. A*, **80**, 043818, 2009.
- [86] Sørensen, S. T., Larsen, C., Møller, U., Moselund, P. M., Thomsen, C. L., Bang, O. Influence of pump power and modulation instability gain spectrum on seeded supercontinuum and rogue wave generation. *J. Opt. Soc. Am. B*, **29** (10), 2875–2885, 2012.
- [87] Zakharov, V., Gelash, A. Freak waves as a result of modulation instability. *Procedia {IUTAM}*, **9**, 165–175, 2013.
- [88] Toenger, S., Godin, T., Billet, C., Dias, F., Erkintalo, M., Genty, G., *et al.* Emergent rogue wave structures and statistics in spontaneous modulation instability. *Sci. Rep.*, **5**, 2015.
- [89] B  jot, P., Kibler, B., Hertz, E., Lavorel, B., Faucher, O. General approach to spatio-temporal modulational instability processes. *Phys. Rev. A*, **83**, 013830, 2011.

- [90] Bonetti, J., Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Grosz, D. F. Analytical study of coherence in seeded modulation instability. *Phys. Rev. A*, **94**, 033826, 2016.
- [91] Shukla, P. K., Rasmussen, J. J. Modulational instability of short pulses in long optical fibers. *Opt. Lett.*, **11** (3), 171–173, 1986.
- [92] Angelis, C. D., Nalesso, G., Santagiustina, M. Role of nonlinear dispersion in the dynamics of induced modulational instability in Kerr media. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13** (5), 848–855, 1996.
- [93] Jackson, S. D. Towards high-power mid-infrared emission from a fibre laser. *Nat. Photonics*, **6** (7), 423–431, 2012.
- [94] Bernier, M., Fortin, V., Caron, N., El-Amraoui, M., Messaddeq, Y., Vallée, R. Mid-infrared chalcogenide glass Raman fiber laser. *Opt. Lett.*, **38** (2), 127–129, 2013.
- [95] Sánchez, A. D., Hernandez, S. M., Bonetti, J., Fierens, P. I., Grosz, D. F. Tunable Raman gain in mid-IR waveguides. *J. Opt. Soc. Am. B*, **35** (1), 95–99, 2018.
- [96] Shuang-Chun, W., Wen-Hua, S., Hua, Z., Xi-Quan, F., Lie-Jia, Q., Dian-Yuan, F. Influence of higher-order dispersions and raman delayed response on modulation instability in microstructured fibres. *Chin. Phys. Lett.*, **20** (6), 852, 2003.
- [97] Frosz, M. H., Sørensen, T., Bang, O. Nanoengineering of photonic crystal fibers for supercontinuum spectral shaping. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23** (8), 1692–1699, 2006.
- [98] Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Bonetti, J., Sánchez, A. D., Grosz, D. F. A geometrical view of scalar modulation instability in optical fibers. *IEEE Photonics J.*, **9** (5), 1–8, 2017.
- [99] Petersen, C. R., Møller, U., Kubat, I., Zhou, B., Dupont, S., Ramsay, J., *et al.* Mid-infrared supercontinuum covering the 1.4–13.3  $\mu\text{m}$  molecular fingerprint region using ultra-high NA chalcogenide step-index fibre. *Nat. Photonics*, **8** (11), 830, 2014.
- [100] Browder, J. S., Ballard, S. S., Klocek, P. Physical properties of crystalline infrared optical materials. *Handbook of Infrared Optical Materials*, pág. 262, 1991.
- [101] Ta’eed, V. G., Baker, N. J., Fu, L., Finsterbusch, K., Lamont, M. R., Moss, D. J., *et al.* Ultrafast all-optical chalcogenide glass photonic circuits. *Opt. Express*, **15** (15), 9205–9221, 2007.
- [102] Karim, M. R., Rahman, B. M. A., Agrawal, G. P. Mid-infrared supercontinuum generation using dispersion-engineered  $\text{Ge}_{11.5}\text{As}_{24}\text{Se}_{64.5}$  chalcogenide channel waveguide. *Opt. Express*, **23** (5), 6903–6914, 2015.

- [103] Sánchez, A. D., Linale, N., Bonetti, J., Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Brambilla, G., *et al.* Simple method for estimating the fractional Raman contribution. *Opt. Lett.*, **44** (3), 538–541, 2019.
- [104] Hellwarth, R., Cherlow, J., Yang, T.-T. Origin and frequency dependence of nonlinear optical susceptibilities of glasses. *Phys. Rev. B*, **11** (2), 964, 1975.
- [105] Sheik-bahae, M., Said, A. A., Stryland, E. W. V. High-sensitivity, single-beam  $n_2$  measurements. *Opt. Lett.*, **14** (17), 955, 1989.
- [106] Wang, J., Sheik-Bahae, M., Said, A. A., Hagan, D. J., Stryland, E. W. V. Time-resolved Z-scan measurements of optical nonlinearities. *J. Opt. Soc. Am. B*, **11** (6), 1009, 1994.
- [107] Smolorz, S., Kang, I., Wise, F., Aitken, B., Borrelli, N. Studies of optical nonlinearities of chalcogenide and heavy-metal oxide glasses. *J. Non-Cryst. Solids*, **256-257**, 310 – 317, 1999.
- [108] Duhant, M., Renard, W., Canat, G., Nguyen, T. N., Smektala, F., Troles, J., *et al.* Fourth-order cascaded Raman shift in AsSe chalcogenide suspended-core fiber pumped at 2  $\mu\text{m}$ . *Opt. Lett.*, **36** (15), 2859, 2011.
- [109] Ung, B., Skorobogatiy, M. Chalcogenide microporous fibers for linear and nonlinear applications in the mid-infrared. *Opt. Express*, **18** (8), 8647–8659, 2010.
- [110] Sánchez, A. D., Fierens, P. I., Hernandez, S. M., Bonetti, J., Brambilla, G., Grosz, D. F. Anti-Stokes Raman gain enabled by modulation instability in mid-IR waveguides. *J. Opt. Soc. Am. B*, **35** (11), 2828–2832, 2018.
- [111] Bonetti, J., Linale, N., Sánchez, A. D., Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Grosz, D. F. Modified nonlinear Schrödinger equation for frequency-dependent nonlinear profiles of arbitrary sign. *J. Opt. Soc. Am. B*, **36** (11), 3139–3144, 2019.
- [112] Coen, S., Wardle, D. A., Harvey, J. D. Observation of non-phase-matched parametric amplification in resonant nonlinear optics. *Phys. Rev. Lett.*, **89** (27), 273901, 2002.
- [113] Sipe, J., Boyd, R. W. Nonlinear susceptibility of composite optical materials in the Maxwell Garnett model. *Phys. Rev. A*, **46** (3), 1614, 1992.
- [114] Shen, H., Cheng, B., Lu, G., Ning, T., Guan, D., Zhou, Y., *et al.* Enhancement of optical nonlinearity in periodic gold nanoparticle arrays. *Nanotechnology*, **17** (16), 4274, 2006.
- [115] Ganeev, R., Ryasnyansky, A. Nonlinear optical characteristics of nanoparticles in suspensions and solid matrices. *Appl. Phys. B*, **84** (1-2), 295–302, 2006.

- [116] Ryasnyanskiy, A., Palpant, B., Debrus, S., Pal, U., Stepanov, A. Third-order nonlinear-optical parameters of gold nanoparticles in different matrices. *J. Lumin.*, **127** (1), 181–185, 2007.
- [117] Falcão-Filho, E., de Araújo, C. B., Rodrigues Jr, J. High-order nonlinearities of aqueous colloids containing silver nanoparticles. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24** (12), 2948–2956, 2007.
- [118] Kim, K.-H., Husakou, A., Herrmann, J. Linear and nonlinear optical characteristics of composites containing metal nanoparticles with different sizes and shapes. *Opt. Express*, **18** (7), 7488–7496, 2010.
- [119] Zhang, H., Hu, Z., Ma, Z., Gecevicius, M., Dong, G., Zhou, S., *et al.* Anisotropically enhanced nonlinear optical properties of ensembles of gold nanorods electrospun in polymer nanofiber film. *ACS applied materials & interfaces*, **8** (3), 2048–2053, 2016.
- [120] Johnson, P. B., Christy, R.-W. Optical constants of the noble metals. *Phys. Rev. B*, **6** (12), 4370, 1972.
- [121] Bell, M. Frequency dependence of Miller’s rule for nonlinear susceptibilities. *Phys. Rev. B*, **6** (2), 516, 1972.
- [122] Bose, S., Sahoo, A., Chattopadhyay, R., Roy, S., Bhadra, S. K., Agrawal, G. P. Implications of a zero-nonlinearity wavelength in photonic crystal fibers doped with silver nanoparticles. *Phys. Rev. A*, **94** (4), 043835, 2016.
- [123] Bose, S., Chattopadhyay, R., Roy, S., Bhadra, S. K. Study of nonlinear dynamics in silver-nanoparticle-doped photonic crystal fiber. *J. Opt. Soc. Am. B*, **33** (6), 1014–1021, 2016.
- [124] Arteaga-Sierra, F., Antikainen, A., Agrawal, G. P. Soliton dynamics in photonic-crystal fibers with frequency-dependent Kerr nonlinearity. *Phys. Rev. A*, **98** (1), 013830, 2018.
- [125] Bose, S., Chattopadhyay, R., Bhadra, S. K. Dispersive shock mediated resonant radiations in defocused nonlinear medium. *Opt. Commun.*, **412**, 226–229, 2018.
- [126] Lai, Y., Haus, H. Quantum theory of solitons in optical fibers. II. Exact solution. *Phys. Rev. A*, **40** (2), 854, 1989.
- [127] Bonetti, J., Sánchez, A., Hernandez, S., Grosz, D. A simple approach to the quantum theory of nonlinear fiber optics. *arXiv preprint:1902.00561*, 2019.
- [128] Fournier, J., Snitzer, E. The nonlinear refractive index of glass. *IEEE J. Quantum. Electron.*, **10** (5), 473–475, 1974.

- [129] Boling, N., Glass, A., Owyong, A. Empirical relationships for predicting nonlinear refractive index changes in optical solids. *IEEE J. Quantum. Electron.*, **14** (8), 601–608, 1978.
- [130] Hammond, R. T. Third-order Miller-type rule from coherent states. *J. Opt. Soc. Am. B*, **7** (6), 944–947, 1990.
- [131] Ticha, H., Tichy, L. Semiempirical relation between non-linear susceptibility (refractive index), linear refractive index and optical gap and its application to amorphous chalcogenides. *J. Optoelectron. Adv. Mater*, **4** (2), 381–386, 2002.
- [132] Bonetti, J., Linale, N., Sánchez, A. D., Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Grosz, D. F. Photon-conserving generalized nonlinear Schrödinger equation for frequency-dependent nonlinearities. *J. Opt. Soc. Am. B*, **37** (2), 445–450, 2020.
- [133] Linale, N., Bonetti, J., Sánchez, A. D., Hernandez, S., Fierens, P. I., Grosz, D. F. Modulation instability in waveguides with an arbitrary frequency-dependent nonlinear coefficient. *Opt. Lett.*, **45** (9), 2498–2501, May 2020.
- [134] Savage, C., Robins, N., Hope, J. Bose-Einstein condensate collapse: A comparison between theory and experiment. *Phys. Rev. A*, **67** (1), 014304, 2003.
- [135] Wüster, S., Hope, J., Savage, C. Collapsing Bose-Einstein condensates beyond the Gross-Pitaevskii approximation. *Phys. Rev. A*, **71** (3), 033604, 2005.
- [136] Hult, J. A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers. *J. Lightwave Technol.*, **25** (12), 3770–3775, 2007.
- [137] Sanders, J., Kandrot, E. CUDA by example: an introduction to general-purpose GPU programming. Addison-Wesley Professional, 2010.
- [138] Cheng, J., Grossman, M., McKercher, T. Professional Cuda C Programming. John Wiley & Sons, 2014.
- [139] URL <https://www.nvidia.com>.
- [140] Frigo, M., Johnson, S. G. The Fastest Fourier transform in the west. Inf. Téc. MIT-LCS-TR-728, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [141] URL [https://github.com/alfredos84/NONLINEAR\\_OPTICS](https://github.com/alfredos84/NONLINEAR_OPTICS).
- [142] Brown, J. W., Churchill, R. V. Variable compleja y aplicaciones. Boston: McGraw-Hill Higher Education,, 2004.

- [143] Garnett, J. M. Xii. Colours in metal glasses and in metallic films. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, **203** (359-371), 385–420, 1904.
- [144] Garnett, J. M. Vii. Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions.—II. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, **205** (387-401), 237–288, 1906.
- [145] Bohren, C. F., Huffman, D. R. Absorption and scattering of light by small particles. John Wiley & Sons, 2008.
- [146] Markel, V. A. Introduction to the Maxwell Garnett approximation: tutorial. *J. Opt. Soc. Am. A*, **33** (7), 1244–1256, 2016.
- [147] Myroshnychenko, V., Rodriguez-Fernandez, J., Pastoriza-Santos, I., Funston, A. M., Novo, C., Mulvaney, P., *et al.* Modelling the optical response of gold nanoparticles. *Chem. Soc. Rev.*, **37** (9), 1792–1805, 2008.
- [148] Zhang, Y.-x., Wang, Y.-h. Nonlinear optical properties of metal nanoparticles: a review. *RSC Adv.*, **7** (71), 45129–45144, 2017.





## Publicaciones asociadas

1. Linale, N., Bonetti, J., Sparapani, A., Sánchez, A. D., Grosz, D. F. Equation for modeling two-photon absorption in nonlinear waveguides. *J. Opt. Soc. Am. B*, 37(6), 1906-1910, 2020.
2. Sánchez, A. D., Linale, N., Bonetti, J., Grosz, D. F. “Modulation instability in waveguides doped with anisotropic nanoparticles.”, *Opt. Lett.*, 45(11), 3119-3122, 2020.
3. Linale, N., Bonetti, J., Sánchez, A. D., Hernandez, S., Fierens, P. I., Grosz, D. F. “Modulation instability in waveguides with an arbitrary frequency-dependent nonlinear coefficient”, *Opt. Lett.*, 45 (9), 2498-2501, 2020.
4. Bonetti, J., Linale, N., Sánchez, A. D., Hernandez, S., Fierens, P. I., Grosz, D. F. “A photon-conserving generalized nonlinear Schrödinger equation for frequency-dependent nonlinearities”, *J. Opt. Soc. Am. B*, 37, 445-450, 2020.
5. Bonetti, J., Linale, N., Sánchez, A. D., Hernandez, S., Fierens, P. I., Grosz, D. F. “Modified nonlinear Schrödinger equation for frequency-dependent nonlinear profiles of arbitrary sign”, *J. Opt. Soc. Am. B*, 36 (11), 3139-3144, 2019.
6. Sánchez, A. D., Linale, N., Bonetti, J., Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Brambilla, G., Grosz, D. F. “Simple method for estimating the fractional Raman contribution”, *Opt. Lett.*, 44 (3), 538–541, 2019.
7. Sánchez, A. D., Fierens, P. I., Hernandez, S. M., Bonetti, J., Brambilla, G., Grosz, D. F. “Anti-Stokes Raman gain enabled by modulation instability in mid-IR waveguides”, *J. Opt. Soc. Am. B*, 35 (11), 2828–2832, 2018.
8. Sánchez, A. D., Hernandez, S. M., Bonetti, J., Fierens, P. I., Grosz, D. F. “Tunable Raman gain in mid-IR waveguides”, *J. Opt. Soc. Am. B*, 35 (1), 95–99, 2018.
9. Hernandez, S. M., Fierens, P. I., Bonetti, J., Sánchez, A. D., Grosz, D. F. “A geometrical view of scalar modulation instability in optical fibers”, *IEEE Photonics Journal*, 9 (5), 1–8, 2017.



# Conferencias

1. Póster: A. D. Sánchez, S. M. Hernandez, J. Bonetti, D. F. Grosz, and P. I. Fierens, “Enhanced anti-Stokes Raman gain in nonlinear waveguides”, *International Conference on Theory and Applications in Nonlinear Dynamics (ICAND)*, Maui Hawaii, 2018.
2. Charla invitada: D. F. Grosz, P. I. Fierens, S. M. Hernandez, J. Bonetti, and A. D. Sánchez, “Applied nonlinear optics: from optical communication to the generation of coherent light in the mid IR”, *What is bright with light? Workshop on the frontiers of photonics and light-matter interacting systems*, San Carlos de Bariloche, 2016.
3. A. D. Sánchez, S. M. Hernandez, J. Bonetti, D. F. Grosz, and P. I. Fierens, “Enhanced anti-Stokes Raman Gain in Nonlinear Waveguides,” *Proceedings of the 5th International Conference on Theory and Applications in Nonlinear Dynamics*, Springer, Cham, 288-293. 2019.



# Agradecimientos

La escritura de este apartado es, en general, movilizadora y entusiasma a cualquiera que realice la actividad científica con pasión. Si uno está escribiendo los Agradecimientos es porque está terminando algo que empezó con muchas expectativas, y que terminó de la mejor manera posible. Significa el cierre de una etapa única en la carrera de un científico, pero deja allanado el camino para lo que sigue. En muchos casos, según las experiencias personales de cada uno, significa el fin de la investigación; en otros, puede ser una etapa más o simplemente el doctorado y nada más. En mi caso, esta etapa significó no solo una sólida confirmación de que elegí la profesión que amo, sino la manera en la que quiero vivir: haciéndome preguntas e intentar responderlas con algún criterio, capitalizar frustraciones en aprendizajes y convertir resultados no esperados en nuevas preguntas e ideas. Y no solo generar preguntas nuevas y respondérmelas, sino tratar de compartir mis resultados y conocimientos adquiridos con la comunidad científica. Es precisamente esto lo que aprendí durante el doctorado, a administrar el conocimiento. Este aprendizaje adquirido motiva la instancia de agradecimientos, ya que sin él, mi labor como científico simplemente sería fallida.

Cabe señalar que la primer persona a la que le debo este aprendizaje es a mi director de tesis, el Prof. Dr. Diego F. Grosz, quien constantemente me instruyó en el hermoso camino de la generación de conocimiento, valiéndome de diversas herramientas como la ética profesional, el rigor y el trabajo duro. Es que es necesario que alguien nos enseñe este tipo de hábitos, y por eso le estaré eternamente agradecido. En segundo lugar, a mi codirector, el Prof. Dr. Pablo I. Fierens quien, desde menuda distancia geográfica, siempre estuvo al lado de mi trabajo, enseñándome a profundizar cada vez más y más, y a ser crítico sobre todas las afirmaciones que hice a lo largo de esta tesis. Les agradezco a ambos por tomarse la ardua tarea de corregir este texto.

Quiero agradecer a todo el Grupo de Comunicaciones Ópticas, con quienes no solo compartí estos hermosos años de trabajo, sino que hemos conformado una gran familia en la que perseguimos objetivos comunes. No solo me sentí parte de este grupo, sino que estoy seguro de que añoraré los buenos momentos, que fueron muchísimos, en un futuro no muy lejano. Risas, compañerismo, camaradería, trabajo diario, discusiones de elevado nivel, etc., son unas de las tantas cosas que seguro recordaré con nostalgia.

En particular, el agradecimiento al Instituto Balseiro no puede soslayarse ya que, desde el primer día, me sentí como en mi casa; desde las materias cursadas, hasta los trámites

administrativos, en todos los casos sentí el caluroso abrazo de quien quiere compartir de manera amena el día a día.

Finalmente, quiero agradecerle a mi pareja, Diana Lago, porque en esta última etapa me acompañó y motivó a terminar este trabajo desde todos los puntos de vista que uno puede imaginarse.